

惑星科学フロンティアセミナー 2017

「惑星系と衝突の歴史」 (2日目午前)

講師: 小林 浩 氏

(名古屋大学大学院理学研究科)

平成 29 年 9 月 6 日 (水) – 9 日 (土)

ノート作成者: 磯谷 和秀

目 次

1	暴走成長後の惑星形成	2
1.1	寡占的成長	2
1.2	孤立質量	3
1.3	微惑星の破壊	3
1.4	微惑星のランダム速度	4
1.5	微惑星の破壊 2	4
1.6	破壊のモデル	5
1.7	Q_D^*	6
1.8	どういう衝突が重要か?	7
1.9	原始惑星の成長限界	9
1.10	破壊を考慮した惑星成長	9
1.11	微惑星の破壊に伴う惑星成長	10
1.12	原始惑星の成長限界	11
1.13	惑星形成後期の相対速度	12
2	ガス集積による巨大ガス惑星形成	13
2.1	惑星大気の獲得	13
2.2	臨界固体核質量	13
2.3	臨界質量の依存性	14
2.4	木星型惑星の固体核	14
3	惑星移動	15
3.1	円盤-惑星相互作用	15
3.2	I 型惑星移動	15
3.3	リンドブラッド共鳴, 共回転トルク	15
3.4	II 型惑星移動	16

1 暴走成長後の惑星形成

1.1 寡占的成長

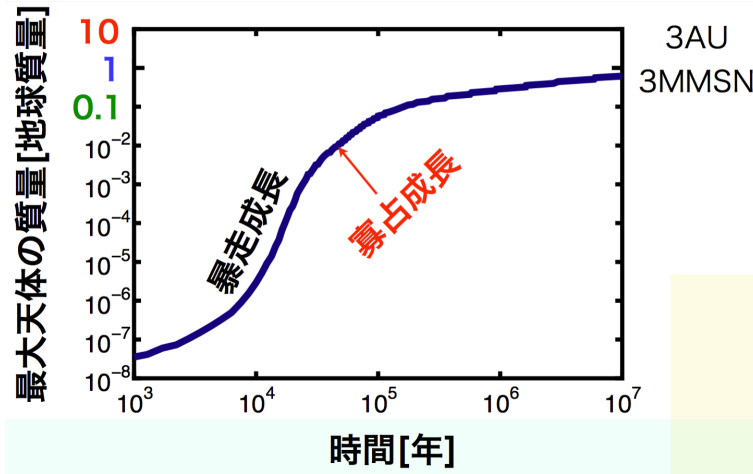


図 1.1. 最大質量の進化

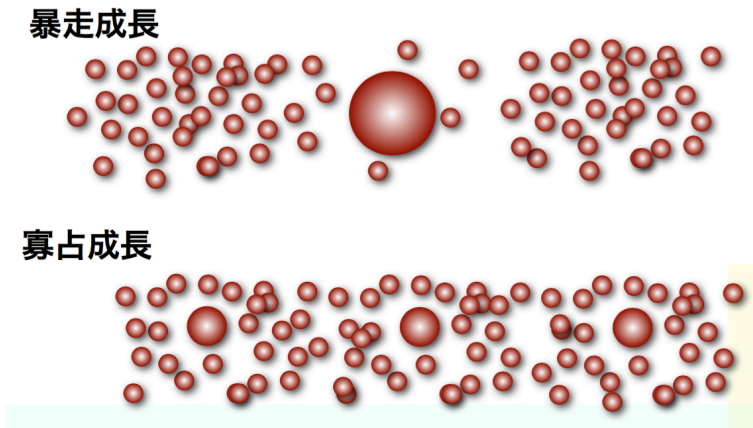


図 1.2. 暴走成長から寡占成長へ

小さい天体 (質量 m , サイズ s , 速度 v) が高速になると, 大きい天体 (質量 M , サイズ S , 速度 V) の成長は遅くなる.

大きい天体の成長率 (小さい天体を取り込む)

$$\frac{dM}{dt} = \pi S^2 \left(1 + \frac{2GM}{Sv^2} \right) \frac{\Sigma_s}{2h_s} v \simeq \pi \frac{GMS}{v^2} \Sigma_s \Omega_K \quad (1.1)$$

小さい天体の速度進化 (惑星による上昇)

$$\frac{dv}{dt} = \pi \left(\frac{GM}{v^2} \right)^2 v N_s \Omega_K \quad (1.2)$$

ここで, N_s は大きい天体の面数密度であり以下のように見積られる (Kokubo & Ida, 1998).

$$N_s \approx \frac{1}{20\pi r r_H} \approx \frac{1}{20\pi r^2} \left(\frac{M}{3M_*} \right)^{-1/3} \quad (1.3)$$

式 (1.1),(1.2) の2つのタイムスケールが等しくなるような非平衡の寡占的成長では,

$$\frac{dM}{dv} \propto \frac{v}{M^{1/3}} \quad (1.4)$$

$$\implies v^2 \propto M^{4/3} \quad (1.5)$$

$$\implies M \propto t \quad (1.6)$$

という関係が得られる (Kobayashi et al., 2010).

また, 小さい天体の速度変化には惑星による上昇 (式 (1.2)) とガス抵抗による減衰 (式 (1.7)) の2種類がある.

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v}{t_s}, \quad t_s = \frac{mu}{f_D} \propto v^{-1} \quad (1.7)$$

この2つが釣り合うような ($v \propto M^{1/3}$), 平衡の寡占的成長では,

$$\frac{dM}{dt} \simeq \pi \frac{GMS}{v^2} \Sigma_s \Omega_K \propto M^{2/3} \quad (1.8)$$

$$\implies M \propto t^3 \quad (1.9)$$

という関係が得られる (Kokubo & Ida, 2000, 2002; Chambers, 2006, 2008).

1.2 孤立質量

原始惑星は10倍の相互ヒル半径程度の間隔で並ぶ.

原始惑星がその間隔のすべての微惑星を食べたとき, その質量は $M = 20\pi r r_{HMM} \Sigma_s$ となる. ($r_{HMM} = (2M/3M_*)^{1/3}$)

$$M_{\text{iso}} = 2.8 \left(\frac{\Sigma_{s,0}}{2.7\text{g/cm}^2} \right)^{3/2} \left(\frac{a}{5\text{AU}} \right)^3 \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{-1/2} M_\oplus \quad (1.10)$$

木星のコア (約 $10M_\oplus$) を作るには足りない. また, 地球を作るには重すぎる. つまり孤立質量に達する前に破壊が起きている (Kokubo & Ida, 2000, 2002).

1.3 微惑星の破壊

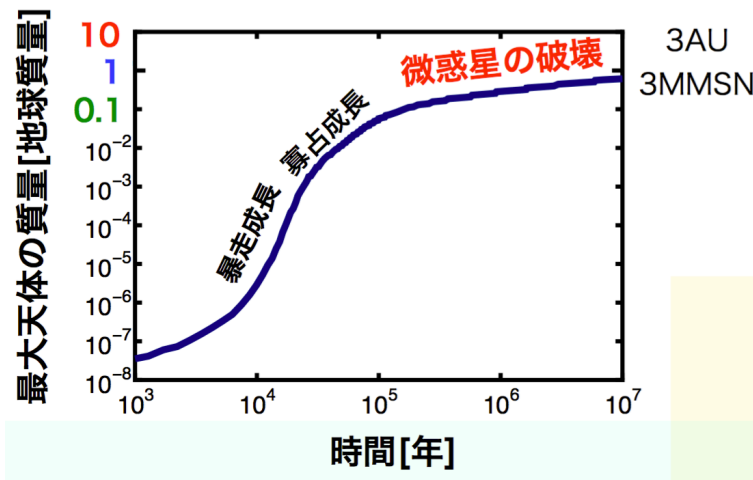


図 1.3. 最大質量の進化

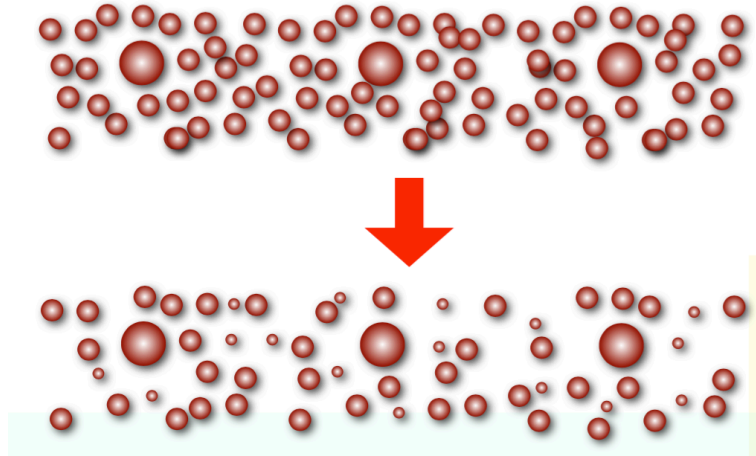


図 1.4. 破壊により，周りの天体が減り，成長が遅くなる．

1.4 微惑星のランダム速度

平衡の寡占的成長では，原始惑星による stirring(第 1 項) とガス抵抗 (第 2 項) が釣り合う．

$$\frac{1}{20r_{H,M}r} \left(\frac{GM}{v^2} \right)^2 v\Omega_K - 0.25\pi s^2 \rho_g v^2/m = 0 \quad (1.11)$$

式 (1.11) を v について解くと，

$$v = \left(\frac{9}{5\pi} \frac{m}{rs^2\rho_g} \right)^{1/5} r_{H,M}\Omega_K \propto M^{1/3} \quad (1.12)$$

すなわち，原始惑星の成長に伴い，微惑星のランダム速度が上がる．

1.5 微惑星の破壊 2

2つの微惑星同士の衝突・破壊を考える．微惑星 1 と，無限遠方で相対速度 v_r で運動する微惑星 2 が，衝突速度 v_{col} で衝突するとき，エネルギー保存から，

$$\frac{v_r^2}{2} = -\frac{Gm}{s} + \frac{v_{col}^2}{2} \quad (1.13)$$

が成り立つ．

また，衝突速度と破片の放出速度 v_{eject} の関係が，

$$v_{eject} = \varepsilon v_{col} \quad (1.14)$$

で表されるとする．

ここで，放出された破片が再集積するためには，重力的に束縛されていることが条件であり，

$$-\frac{Gm}{s} + \frac{v_{eject}^2}{2} < 0 \quad (1.15)$$

を満たす必要がある．

式 (1.13),(1.14),(1.15) を連立させて解くと，再集積条件は，

$$v_r < \sqrt{\frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2}} \sqrt{\frac{2Gm}{s}} \quad (1.16)$$

となる．したがって，例えば $\varepsilon = 0.2 - 0.8$ の範囲では，脱出速度と同じオーダーの相対速度で衝突すると破壊が起こる．

1.6 破壊のモデル

(参照: (Kobayashi & Tanaka, 2010))

破片の質量は3つの無次元パラメータ ($b, \epsilon, v^2/Q_D^*$) で決める.

- b : 破片の質量分布のべき.
- ϵ : 最大破片質量と破片総質量の関係を決定する.
- v^2/Q_D^* : Q_D^* で規格化した衝突エネルギー ϕ から衝突体質量依存性を取り除いたもの.

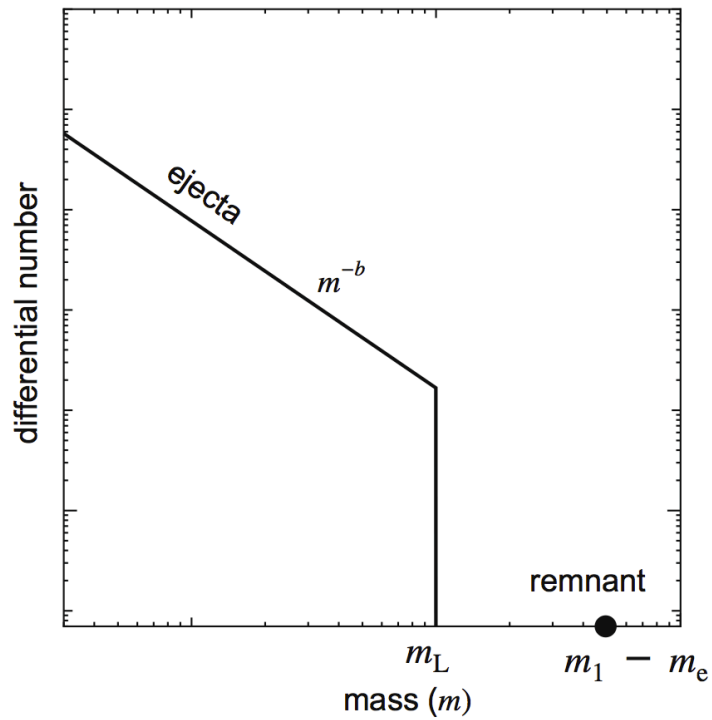


図 1.5. 破片の質量分布のモデル. べき b は無次元パラメータ.

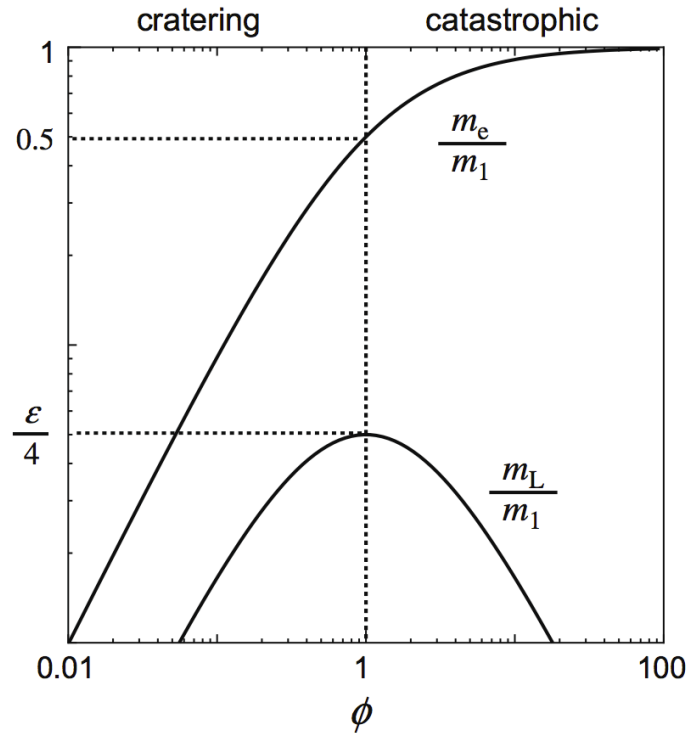


図 1.6. 破片総質量 m_e と最大破片質量 m_L のモデル. ϵ は無次元パラメータ. ϕ は Q_D^* で規格化した衝突エネルギー.

衝突カスケードの時間は m_e が決める.

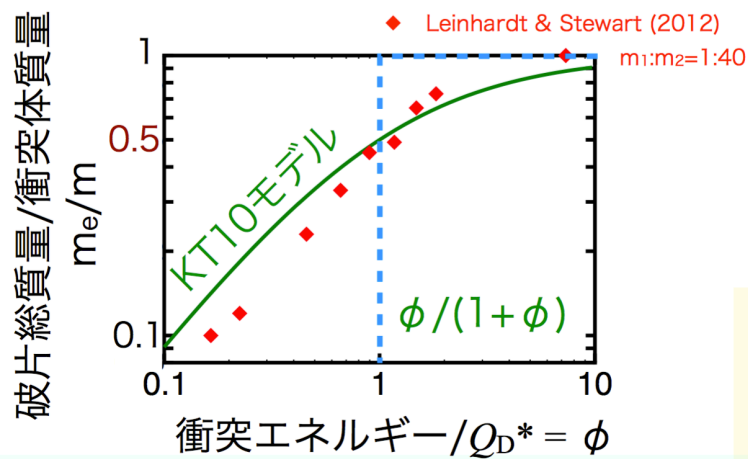


図 1.7. 破片総質量 m_e のモデルと数値実験 (Leinhardt & Stewart, 2012) の比較.

大雑把には m_e はこのモデルが良い.

1.7 Q_D^*

2 天体 m_1, m_2 が相対速度 v で衝突するときの衝突エネルギーは,

$$E_{\text{imp}} = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v^2 \quad (1.17)$$

である。

衝突体の半分の質量が破片として放出される際の、単位衝突体質量あたりの衝突エネルギーが Q_D^* の定義であり, cratering, catastrophic な衝突の境を決める値である。

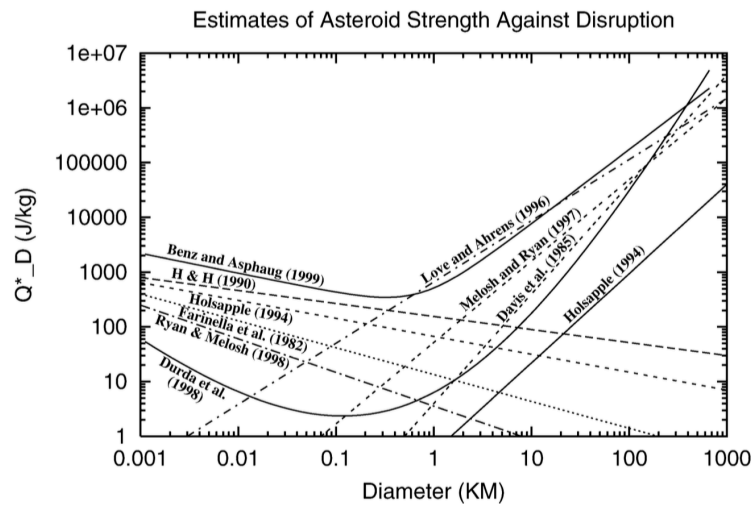


図 1.8. 天体の直径と Q_D^* の関係 (O'Brien & Greenberg, 2005).

- 0.1-1km 以下の天体の Q_D^* は物質強度で決まる。
- 1km 以上の天体の Q_D^* は重力再集積が効き, 重いほど値が大きい。

1.8 どういう衝突が重要か？

(参照: (Kobayashi & Tanaka, 2010))

衝突破壊の際に放出される破片の量が衝突体質量に比例するような, 自己相似的な破壊モデルを考える. この場合でも, 破片の量は2つの衝突体の質量比 $y = m_2/m_1$ に依存する.

破壊が起きると衝突体よりも小さな破片が生成される. すなわち, 質量空間における負の質量フラックス $F(m)$ が存在する. $F(m)$ は, 破壊モデルを用いて衝突体 m_1, m_2 ごとに衝突確率と面密度を求め, m_1, m_2 を $0 - \infty$ の範囲で積分すると求められる.

ここでは自己相似を仮定したため, $F(m)$ は y を $0 - \infty$ の範囲で積分することで求めることができる.

次に, 質量比 y のときに起こる破壊が, 全ての y に対してどれほど貢献するかについて調べたい. そのため, 部分質量フラックス $F'(m, y')$ を導入する. これは質量フラックス $F(m)$ における y 積分を $0 - y'$ の範囲でしたものであり, $F'(m, \infty) = F(m)$ である.

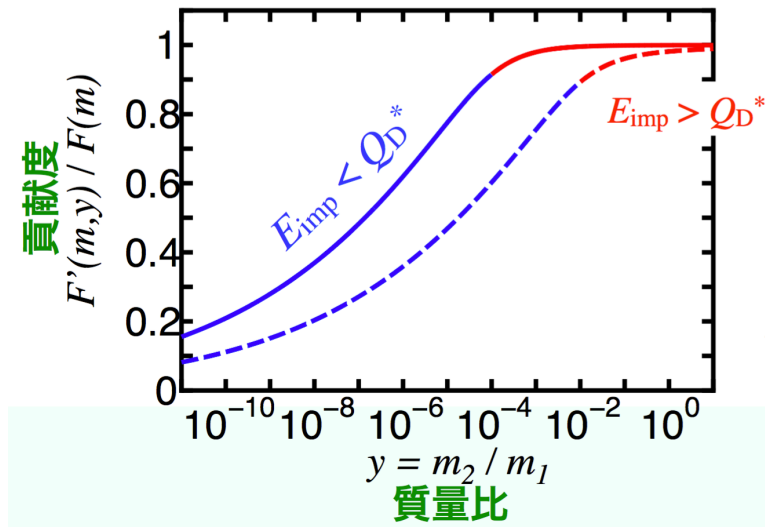


図 1.9. 質量比 $y = m_2/m_1$ と規格化した部分質量フラックス $F'(m, y)/F(m)$ の関係. 実線, 破線はそれぞれ $v^2/Q_D^* = 20000, 200$ に対応している. 青線は cratering, 赤線は catastrophic な衝突である.

図 1.9 から, 衝突速度が十分に速いときにも cratering な破壊の方が catastrophic な破壊の約 10 倍寄与が大きいことがわかる.

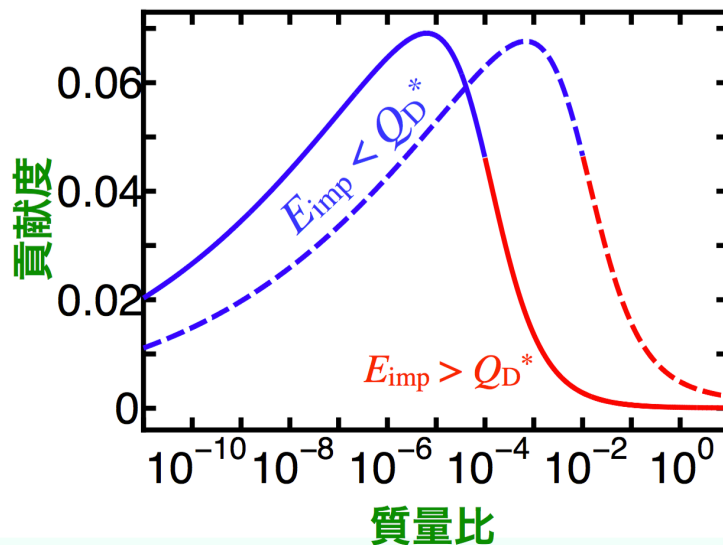


図 1.10. 質量比 $y = m_2/m_1$ と, 規格化した $\ln y$ ごとの部分質量フラックス $[dF'(m, y)/d \ln y]/F(m)$ の関係. 実線, 破線はそれぞれ $v^2/Q_D^* = 20000, 200$ に対応している. 青線は cratering, 赤線は catastrophic な衝突である.

図 1.10 から, cratering な衝突の重要性がわかる. まず cratering な衝突の領域で $dF'(m, y)/d \ln y$ のピークが存在している. そして, 非常に小さな y のときの $dF'(m, y)/d \ln y$ の y 依存性は $\propto y^{1/6}$ であり, $y = 10^{-8}$ であっても無視はできない.

1.9 原始惑星の成長限界

- 原始惑星 M の成長時間
式 (1.1), (1.12) より,

$$t_{\text{grow}} = \frac{M}{\dot{M}} \sim \frac{M}{\Sigma_s \pi R^2 \Omega} \left(\frac{v_r}{v_{\text{esc}}} \right)^2 \propto M \left(\frac{M^{1/3}}{M^{1/2}} \right)^2 \propto M^{1/3} \quad (1.18)$$

- 面密度の進化時間 (Kobayashi & Tanaka, 2010)
衝突速度が十分速いため衝突エネルギーと Q_{D}^* の比が実際には 1 ではないが, ここでは近似的に比が 1 だとすると, 微惑星 m を壊す天体 m' の関係は,

$$\frac{mm'}{2(m+m')} v_r^2 \approx (m+m') Q_{\text{D}}^* \quad (1.19)$$

$$\Rightarrow \frac{m'}{m} \approx \frac{2Q_{\text{D}}^*}{v_r^2} \quad (1.20)$$

である. また衝突カスケードにより,

$$n_s(m) \propto m^{-5/6} \quad (1.21)$$

$$\Rightarrow \frac{n_s(m')}{n_s(m)} \propto \left(\frac{m'}{m} \right)^{-5/6} \quad (1.22)$$

であるから, 面密度の進化時間は式 (1.12) より,

$$t_{\text{dep}} = \frac{\Sigma_s}{\dot{\Sigma}_s} \sim \frac{1}{\pi r^2 n_s(m') \Omega} \sim \frac{m}{\pi r^2 \Sigma_s \Omega} \left(\frac{2Q_{\text{D}}^*}{v_r^2} \right)^{5/6} \propto \left(\frac{1}{M^{2/3}} \right)^{5/6} \propto M^{-5/9} \quad (1.23)$$

のようになる. つまり原始惑星が大きくなると, 破壊による消失が集積による成長を卓越し, 成長が止まる.

1.10 破壊を考慮した惑星成長

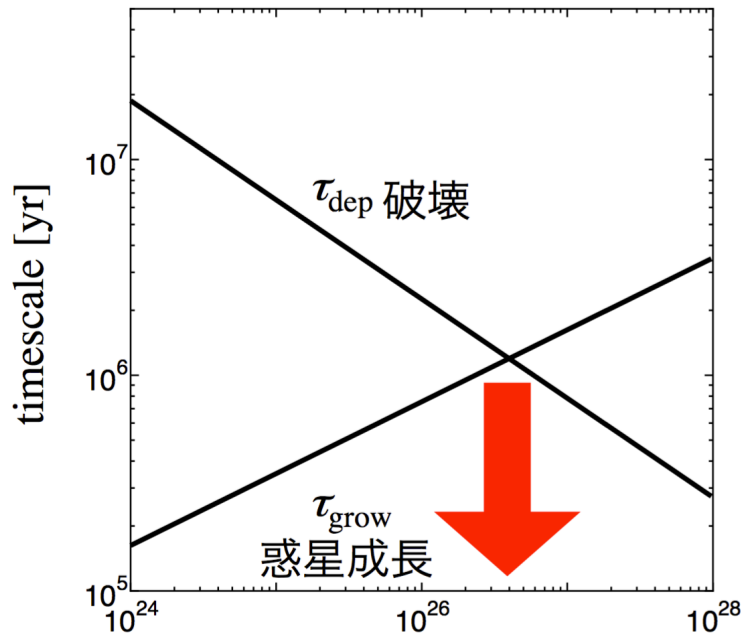


図 1.11. 惑星の成長時間と破壊による面密度の進化時間の質量依存性 (式 (1.18), (1.23)) (Kobayashi & Tanaka, 2010). 交点に対応する質量以上には成長できない.

破壊のため惑星の成長が阻害される (Kobayashi & Tanaka, 2010) ため、図 1.11 より、惑星の成長は火星質量 ($0.1M_{\oplus}$) 程度で止まる。

また、木星を作るためには、重い円盤で大きな微惑星が必要である (Kobayashi et al., 2011)。条件によっては、破壊の効果で惑星成長が加速される (Kobayashi et al., 2012)。

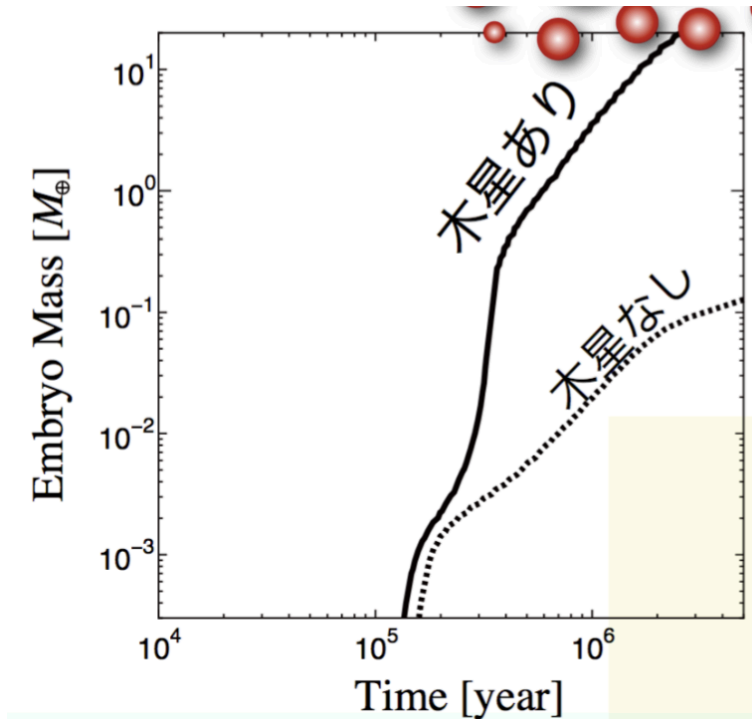


図 1.12. MMSN モデルで木星が存在する/しないときにおける、9AU の位置にいる原始惑星が半径 1km の微惑星を集積して成長するときの、質量と時間の関係 (Kobayashi et al., 2012)。木星が存在するときはギャップが形成され、土星コアの形成が可能である。

図 1.12 の木星なしの場合や図 1.3 では、成長が止まる様子が確認できる。

1.11 微惑星の破壊に伴う惑星成長

(参照: (Ormel & Kobayashi, 2012))

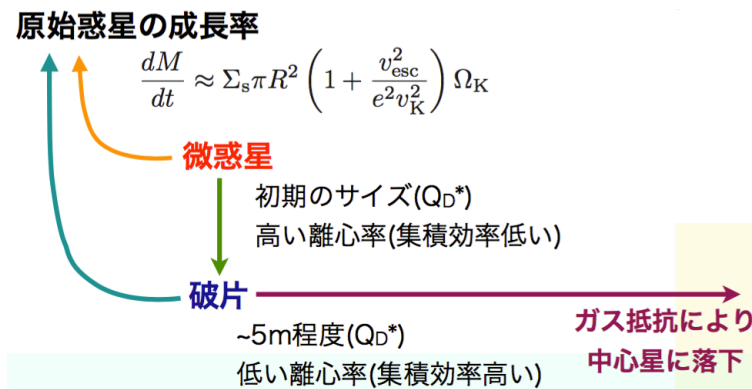


図 1.13. 微惑星集積 (オレンジ) と微惑星の衝突破壊 (黄緑) のつり合いで決まる成長限界と、破片集積 (水色) と中心星落下 (赤紫) のつり合いで決まる成長限界が存在する。

原始惑星の成長率は

$$\frac{dM}{dt} \approx \Sigma_s \pi R^2 \left(1 + \frac{v_{\text{esc}}^2}{e^2 v_K^2} \right) \Omega_K \quad (1.24)$$

である。

微惑星は離心率が高く集積効率が低い、破片は離心率が低く集積効率が高い。一方、一部の破片は円盤ガスの抵抗によって中心星に落下してしまう。

これらの微惑星集積または破片集積により惑星形成が行われる。

1.12 原始惑星の成長限界

(参照: (Kobayashi et al., 2010))

- 微惑星集積による成長限界

$$\begin{aligned} M_c &= \left(\frac{2\alpha - 1}{3} \right)^{3/(2\alpha-1)} \left(\frac{a^2 C_{\text{acc}} C_{\text{col}} \tilde{R} m^{1/3}}{(2-\alpha)^2 h_0 s_{123}} \right)^{3/(2\alpha-1)} \left(\frac{v_K^2}{2Q_D^*} \right)^{3(1-\alpha)/(2\alpha-1)} \\ &\quad \times (3M_*)^{-(4-2\alpha)/(2\alpha-1)} \left[\ln \left(\frac{\Sigma_{s,0}}{\Sigma_s} \right) \right]^{3/(2\alpha-1)} \left[\frac{C_{\text{VS}} \ln(\Lambda^2 + 1) \Omega_K \tau}{2^{4/3} \pi \tilde{b} C_{\text{gas}}} \right]^{-6\alpha/5(2\alpha-1)} \end{aligned} \quad (1.25)$$

$$\begin{aligned} &\approx 0.10 \left(\frac{\ln(\Sigma_{s,0}/\Sigma_s)}{4.5} \right)^{1.21} \left(\frac{a}{5 \text{ AU}} \right)^{0.63} \left(\frac{m}{4.2 \times 10^{20} \text{ g}} \right)^{0.48} \\ &\quad \times \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{-0.28} \left(\frac{Q_{0g}}{2.1 \text{ erg cm}^3/\text{g}^2} \right)^{0.89} \left(\frac{\rho}{1 \text{ g/cm}^3} \right)^{1.85} M_\oplus \end{aligned} \quad (1.26)$$

- 破片集積による成長限界

$$\begin{aligned} M_f &= \left[\frac{2^{7/3} C_L \tilde{b} \pi C_{\text{acc}} a^2 \langle P_{\text{col}} \rangle (3M_*)^{1/3} Q_D^*}{3(9/4 - q) \eta P_{\text{VS}} v_K^2} (\Sigma_{s,0} - \Sigma_s) \right]^{3/4} \\ &\approx 0.14 \left(\frac{\tilde{b}}{10} \right)^{3/4} \left(\frac{a}{5 \text{ AU}} \right)^{3/2} \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{3/8} \left(\frac{\rho}{1 \text{ g/cm}^3} \right)^{-1/8} \\ &\quad \times \left(\frac{\Sigma_{s,0}}{2.7 \text{ g/cm}^2} \right)^{3/4} \left(\frac{Q_D^*}{3.1 \times 10^6 \text{ erg/g}} \right)^{3/4} M_\oplus \end{aligned} \quad (1.27)$$

1.13 惑星形成後期の相対速度

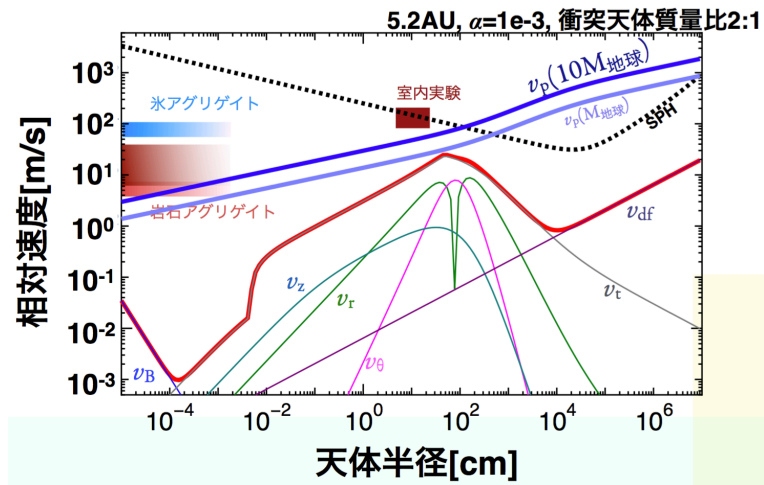


図 1.14. 相対速度と天体の半径の関係. SPH (破線) は Q_D^* を速度に換算したものであり, v_p は惑星が存在するときの stirring による相対速度である.

原始惑星の形成中には, 周りの天体の衝突破壊は当然起こる.

2 ガス集積による巨大ガス惑星形成

2.1 惑星大気の獲得

- 惑星が育ち $v_{\text{esc}} > c_s$ になると円盤から水素大気を獲得する。
 - 地球軌道程度だと $c_s \sim 1\text{km/s}$ なので、月程度の大きさで大気を獲得できる。
- 大気質量 M_{atm} が惑星質量 M_{pla} よりも小さいならば静水圧大気。
 - 大気による衝突断面積の拡大 (Inaba & Ikoma, 2003)
- $M_{\text{atm}} \gtrsim M_{\text{pla}}$ になると、静水圧大気を保てなくなり、重力崩壊をして、巨大ガス惑星になる (Mizuno et al., 1978).

2.2 臨界固体核質量

(参照: (Mizuno et al., 1978; Mizuno, 1980; Ikoma et al., 2000))

図 2.1 は固体核の質量降着率が $\dot{M}_{\text{core}} = 10^{-6} M_{\oplus}/\text{yr}$ 、大気中の粒子の opacity が $\kappa = 1 \text{ cm}^2/\text{g}$ のときの数値計算結果である。交点の固体核質量 ($\sim 10 M_{\oplus}$) からは暴走ガス流入が始まり、臨界固体核質量と呼ぶ。

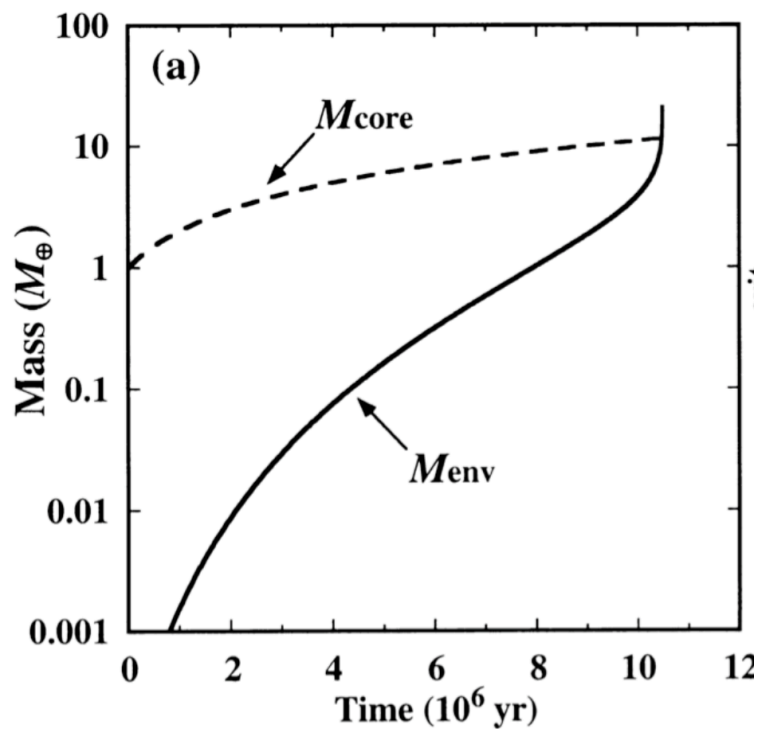


図 2.1. 固体核質量 (破線) と大気質量 (実線) の時間発展 (Ikoma et al., 2000).

2.3 臨界質量の依存性

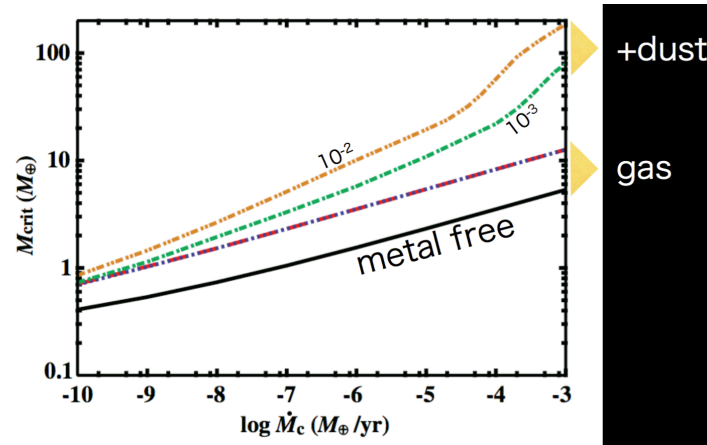


図 2.2. 臨界質量と固体核の質量降着率の関係.

さらに、氷の昇華による汚染 (Hori & Ikoma, 2011), その氷の凝固 (Venturini et al., 2015) により臨界質量は小さくなる。大気による衝突断面積増加もある。

2.4 木星型惑星の固体核

図 2.3 は木星と土星の固体核に対する制約を表したものである。固体核の質量 M_{core} が、大気中に含まれる水素とヘリウムより重い元素の質量 M_Z の関数で表されている (観測的制約をすべて満たすモデル)。

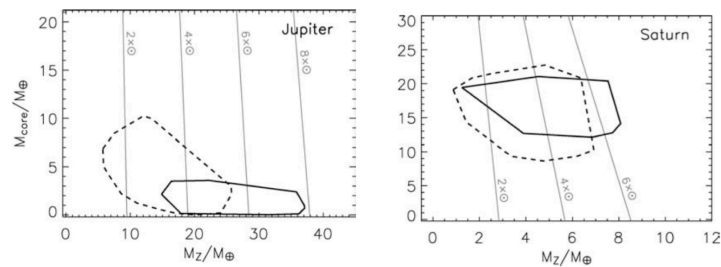


図 2.3. 木星と土星の固体核に対する制約 (Guillot, 2005).

土星の方が木星よりも固体核が大きいことがわかった (Guillot, 2005).

3 惑星移動

3.1 円盤-惑星相互作用

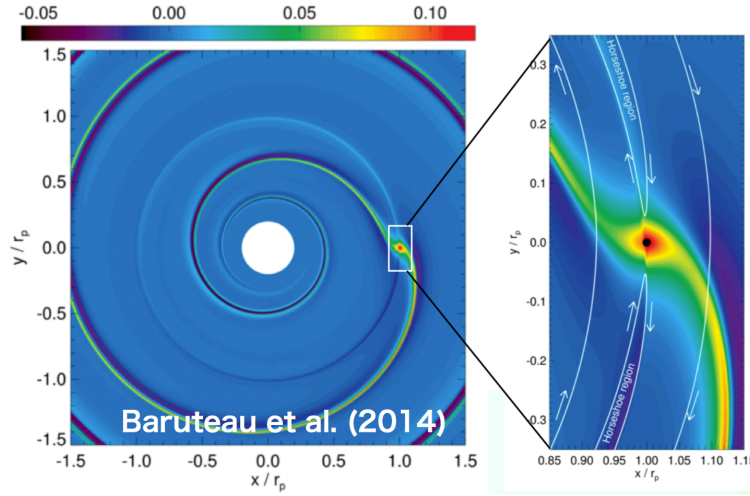


図 3.1. 円盤と惑星の重力相互作用による密度波 (Beruteau et al., 2014).

3.2 I型惑星移動

- I型惑星移動：惑星と原始惑星系円盤の重力相互作用により惑星が移動する (Ward, 1986)

- 惑星の受ける片側トルク

$$\Gamma \sim \int_h^\infty \frac{GM}{b^2} \frac{b}{\Delta v} \frac{GM}{b\Delta v^2} a(\Delta v \Sigma_g db) \sim \frac{G^2 M^2 a \Sigma_g}{h^3 \Omega^2} \quad (3.1)$$

- 線形計算では、正味のトルクは天体の角運動量を奪い、天体は内側へ移動する。

- 移動のタイムスケール

$$t_{\text{mig}} \sim \frac{Ma^2\Omega}{\Gamma} \sim \left(\frac{h}{a}\right)^2 \left(\frac{M}{M_*}\right)^{-1} \left(\frac{a^2\Sigma_g}{M_*}\right)^{-1} \Omega^{-1} \quad (3.2)$$

1 AU で見積もると 8×10^5 年となる。つまり、このままでは惑星はすべて中心星に落ちてしまう。

3.3 リンドブラッド共鳴, 共回転トルク

- 惑星は Lindblad 共鳴 ($\Omega = n|\Omega - \Omega_p|$) のガスと強く相互作用する

$$r_L = \left(1 \pm \frac{1}{m} - \frac{\eta}{3}\right) a_p \sim \left[1 \pm \frac{h}{a_p} - \left(\frac{h}{a_p}\right)^2 \frac{\partial \ln P}{\partial \ln r}\right] a_p \quad (3.3)$$

- 共回転トルク

- 馬蹄形軌道のガスとの相互作用による。
- 動径方向の密度や温度の差は常に同じ符号のトルクを生む。
- 馬蹄形軌道はつながっているため、密度や温度の差がなくなってしまう (saturation)。

3.4 II型惑星移動

- 惑星が大きくなるとギャップが形成される.
 - 惑星重力によるき出しと粘性による穴埋めの釣り合いで決まる.
- ギャップの中のガスと相互作用しない分移動は遅くなる. これがII型惑星移動である.
- II型惑星移動は,
 1. ギャップ以外の Lindblad トルク
 2. ギャップの端に溜まってくるガスからのトルク
 3. ギャップをすり抜けていくガス

の取り扱いをきちんとなしないと移動時間が決まらない ([Benz et al., 2014](#)).

参考文献

- Baruteau, C., Crida, A., Paardekooper, S. J., et al. 2014, in *Protostars and Planets VI*, ed. H. Beuther et al. (Tucson, AZ: Univ. Arizona Press), 667
- Benz, W., Ida, S., Alibert, Y., Lin, D., & Mordasini, C. 2014, in *Protostars and Planets VI*, ed. H. Beuther et al. (Tucson, AZ: Univ. Arizona Press), 691
- Chambers, J. 2006, *Icarus*, 180, 496
- Chambers, J. 2008, *Icarus*, 198, 256
- Guillot, T. 2005, *AREPS*, 33, 493
- Hori, Y. & Ikoma, M. 2011, *MNRA*, 416, 1419
- Ikoma, M., Nakazawa, K., & Emori, H. 2000, *ApJ*, 537, 1013
- Inaba, S. & Ikoma, M. 2003, *A&A*, 410, 711
- Kobayashi, H., Ormel, C. W., & Ida, S. 2012, *AAS*, 44, 415
- Kobayashi, H., & Tanaka, H. 2010, *Icarus*, 206, 735
- Kobayashi, H., Tanaka, H., Krivov, A. V., & Inaba, S. 2010, *Icarus*, 209, 836
- Kobayashi, H., Tanaka, H., & Krivov, A. V. 2011, *ApJ*, 738, 35
- Kokubo, E., & Ida, S. 1998, *Icarus*, 131, 171
- Kokubo, E., & Ida, S. 2000, *Icarus*, 143, 15
- Kokubo, E., & Ida, S. 2002, *ApJ*, 581, 666
- Leinhardt, Z. M., & Stewart, S. T. 2012, *ApJ*, 745, 79
- Mizuno, H., Nakazawa, K., & Hayashi, C. 1978, *PThPh*, 60, 699
- Mizuno, H. 1980, *PThPh*, 64, 544
- O'Brien, D. P. & Greenberg, R. 2005, *Icarus*, 178, 179
- Ormel, C. W. & Kobayashi, H. 2012, *ApJ*, 747, 115
- Venturini, J., Alibert, Y., Benz, W., & Ikoma, M. 2015, *A&A*, 576, 114
- Ward, W. R. 1986, *Icarus*, 67, 164