

惑星科学フロンティアセミナー 2017

「惑星系と衝突の歴史」(1日目)

講演者: 小林 浩 氏

(名古屋大学大学院理学研究科)

平成29年9月6日(水) – 9日(土)

ノート作成者: 西川 花

目次

1 現在の太陽系と原始惑星系円盤からデブリ円盤	1
1.1 現在の太陽系と原始惑星系円盤の観測	1
1.2 塵から惑星へ：色々なサイズでの衝突	1
1.3 古典的太陽系形成モデル	1
1.4 最小質量円盤モデル (林モデル)	2
2 ダストから微惑星へ	3
2.1 ガスの公転速度	3
2.2 ガス抵抗	3
2.3 ガス抵抗を受けた固体の運動	5
2.4 円盤中での天体の相対速度	6
2.5 成長時間と落下時間	7
2.6 落下バリア	8
2.7 ダストの直接合体成長	9
2.8 構成粒子間の相互作用モデル	10
2.9 臨界衝突速度	10
2.10 アグリゲイトの成長	11
2.11 なぜ成長できたのか？	12
2.12 その他の微惑星形成シナリオ	13
2.13 乱流の起源と観測	13

3	秩序成長と暴走成長	14
3.1	衝突成長の仕方	14
3.2	ダストの成長	14
3.3	重力フォーカシングと重力散乱	15
3.4	微惑星の成長に重要な軌道要素	16
3.5	衝突確率	17
3.6	重力相互作用	19
3.7	微惑星の成長	19
4	天体の成長とサイズ分布	20
4.1	合体成長とサイズ分布	20
4.2	サイズ分布進化方程式	21
4.3	質量フラックス	21
4.4	衝突カスケード	22
4.5	天体のサイズ分布と円盤の明るさ	23
5	暴走成長開始半径	23
5.1	基礎方程式	24
5.2	数値シミュレーションの妥当性	24
5.3	衝突ダンピングと乱流による巻き上げ	26
5.4	暴走成長開始半径	28

1 現在の太陽系と原始惑星系円盤からデブリ円盤

1.1 現在の太陽系と原始惑星系円盤の観測

我々の太陽系は8つの惑星を有するだけでなく、準惑星(6個)、衛星(173個)、小惑星(約65万個)¹、彗星(約3千個)といった様々なサイズの天体からなる。惑星をはじめとするこれらの固体天体は、分子雲が収縮し星になる際にできる、ダストとガスからなる円盤(原始惑星系円盤)の中で形成されたと考えられている。実際にいくつかの若い星の周囲では、原始惑星系円盤が観測されている。また惑星系形成の最終段階に当たる、惑星などの天体ができる際に残った塵や、岩石同士の衝突でまき散らされた塵でできた円盤(デブリ円盤)も観測されている²。また近年では、ALMA電波望遠鏡が原始惑星系円盤を高解像度で観測することに成功するなど、今まさに惑星形成の現場が見えるようになってきている。

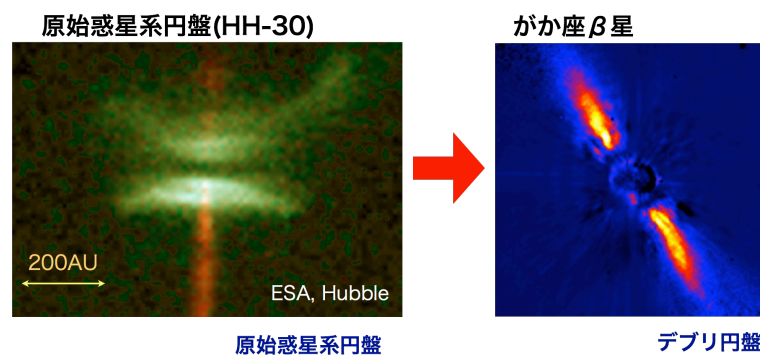


図 1. 観測された原始惑星系円盤 (HH-30) 及びデブリ円盤 (がが座 β 星). 画像は <http://w.astro.berkeley.edu/~kalas/disksite/pages/gallery.html> より転載.

1.2 塵から惑星へ：色々なサイズでの衝突

惑星形成過程の中で、固体同士の衝突は非常に重要な素過程である。例えば微惑星を形成過程を知るには、ダスト粒子同士が衝突により付着できるのかどうかを調べなければならない。そのためには、ダスト1粒子に作用するÅのスケールの物理を理解する必要がある。また、現存の小惑星や衛星、惑星の形状や組成などを説明するには、それぞれのサイズスケールでの衝突によって起こることを明らかにする必要がある。合体だけでなく衝突による破壊現象も、小惑星帯の天体などを説明する上で重要である。太陽系の起源、ひいては系外惑星系の形成過程を解明するため、様々なサイズの天体の衝突シミュレーションが行われている。

1.3 古典的太陽系形成モデル

惑星形成は、 $0.1\mu\text{m}$ のダスト³が 10^5km サイズにまで成長する過程である。その詳しい形成過程は未だに明らかになっていないが、代表的な太陽系形成モデルは以下の通りである。

まず原始惑星系円盤内のダストが赤道面に沈殿し、ダスト層が十分な密度に達すると重力不安定により km サイズの微惑星が形成される。微惑星同士が衝突合体を繰り返すことで火

¹小惑星のサイズの下限は厳密に定められていない。大まかには、天文観測による発見は小惑星、探査機による発見は星間塵と分類される。

²原始惑星系円盤とデブリ円盤の見え方の違い:原始惑星系円盤は小さなダストが大量に存在するため赤道面付近が真っ暗に見える、デブリ円盤は破片が多く存在する場所が明るく見える。

³星間塵の放射をもとにした推定。

星程度の大きさの原始惑星に成長し、さらに原始惑星同士が合体して惑星が形成される。ダストの組成は温度によって異なり、中心星に近い部分は高温のため岩石質、円盤外側には氷でできたダストが存在する。そのため円盤内側は地球のような岩石惑星、外側では天王星、海王星のような氷惑星が形成される。固体の総量は円盤外側ほど多いため、円盤ガスを取り込めるほど大きな質量の惑星ができ、木星、土星のような巨大ガス惑星が形成される。一方成長のタイムスケールは大まかに固体の面密度とケプラー周期に比例する。そのため天王星と海王星の形成はガス散逸後となり、ガスの流入はほとんどなく、また円盤外縁部では成長しきれなかった微惑星がカイパーベルト天体となって残る。

この一連のシナリオは、大筋では太陽系の特徴をうまく説明しており、また系外惑星の起源を考える上で十分参考にできる。しかし随所に物理的な困難があり、部分的な見直しを迫られている。例えば、円盤内で容易に発生する乱流によってダストの沈殿が妨げられ、自己重力不安定は起こりにくいと指摘されている (Weidenschilling, 1980)。よって自己重力不安定を介さず、ダストの直接合体成長により微惑星を形成するというシナリオが有力視されている。直接合体成長による微惑星形成にも様々な困難があるが、近年の研究でその解決策が明らかになった。本セミナーでは最新の研究成果を踏まえて、合体成長による惑星形成理論について説明する。

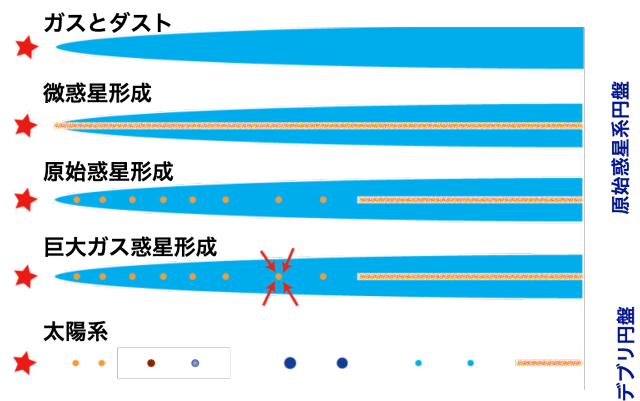


図 2. 古典的な太陽系形成モデルの概念図。

1.4 最小質量円盤モデル (林モデル)

惑星形成を議論する上で、原始惑星系円盤のモデルとして最小質量円盤モデル (MMSN) がよく用いられる。Hayashi (1981) により提示されたモデルなので林モデルとも呼ばれる。このモデルは、現在の太陽系の天体の固体の推定量をすりつぶして分布させ、そこに散逸してしまったと考えられるガスを、太陽組成を基にした推定値 (固体の 100 倍) 加えたものである。

定常降着円盤を仮定すると、ガスの面密度は

$$\Sigma_g = 1.7 \times 10^3 \left(\frac{r}{1\text{AU}} \right)^{-3/2} \text{ g/cm}^2 \quad (1)$$

のようなべき分布になる。同様に固体の面密度を

$$\Sigma_s = \begin{cases} 7.1 \left(\frac{r}{1\text{AU}} \right)^{-3/2} \text{ g/cm}^2 & (r < 2.7\text{AU}) \\ 30 \left(\frac{r}{1\text{AU}} \right)^{-3/2} \text{ g/cm}^2 & (r > 2.7\text{AU}) \end{cases} \quad (2)$$

とする。ここで $r = 2.7\text{AU}$ はスノーラインと呼ばれる水が凝結する位置であり、スノーライン外側は氷の分だけ固体量が増える表式となっている。また光学的に薄い円盤を仮定し、中心星輻射とダストの熱放射の釣り合いを考えると、円盤の温度が

$$T = 280 \left(\frac{r}{1\text{AU}} \right)^{-1/2} \text{ K} \quad (3)$$

のように得られる。ダストのスケールハイトは $h_s = \sqrt{2}c_s\Omega_K$ より得られる。

$$h_s = 4.7 \times 10^{-2} \left(\frac{r}{1\text{AU}} \right)^{5/4} \text{ AU} \quad (4)$$

2 ダストから微惑星へ

2.1 ガスの公転速度

ダストが微惑星に成長するまでの過程では、ダストとガスとの相互作用が重要となる。まず初めに、原始惑星系円盤の中でのガスの運動を理解する。

質量 M_* の中心星を原点に置く円柱座標 (r, ϕ, z) を考える。ガスは中心星からの重力と自身の圧力勾配力を受けるため、動径方向の運動方程式は

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\phi^2}{r} = -\frac{GM_*}{r^2} - \frac{1}{\rho_g} \frac{dP}{dr} \quad (5)$$

となる。ここで、 V_r, V_ϕ, V_z はガスの速度成分、 P は圧力、 ρ_g は密度、 G は重力定数である。定常状態 ($\partial/\partial t = 0$) で公転運動が卓越している ($V_r \ll V_\phi$) 時、ガスの公転角速度を $\Omega_g (= V_\phi/r)$ 、ケプラー角速度を Ω_K とすると

$$r\Omega_g^2 = r\Omega_K^2 + \frac{1}{\rho_g} \frac{dP}{dr} \quad (6)$$

のように書きかえることができる。ここで

$$\eta = -\frac{1}{2} \left(\frac{c_s}{r\Omega_K} \right)^2 \frac{d \ln P}{d \ln r} \quad (7)$$

とおくとガスの角速度は

$$\Omega_g = \Omega_K(1 - 2\eta)^{1/2} \simeq \Omega_K(1 - \eta) \quad (8)$$

となる。なおこの導出には音速 c_s と $p = \rho_g c_s^2$ を用いた。通常円盤内側の方が圧力は高いため η は正であり、ガスの角速度はケプラー回転よりも η だけ遅いことがわかる。ガスは中心星重力に逆らう方向に圧力勾配力を受けるため、釣り合うための遠心力が小さく、ケプラー回転よりも遅い角速度で運動する。

2.2 ガス抵抗

次に、ダストの運動を理解する。ガスの公転速度がケプラー回転よりも遅いため、固体天体はガスからの摩擦抵抗を受けて運動することになる。ダストに対するガスの振る舞いはダストのサイズによって変化するため、以下ではダストのサイズに応じたガスの抵抗力 f_D を導く。ガスはマイクロでは熱速度 $v_{\text{th}} = (\sqrt{8/\pi})c_s$ で運動しながら、全体としてはダストとの相対速度 u で流れている。半径 s 、質量 $m = (4\pi/3)\rho_s s^3$ のダスト1個に対し、密度 ρ_g 、平均自由行程 λ_{mfp} のガスが直線的に流入する状況を、ダスト静止系で考える。

Epstein 則 ($\lambda_{\text{mfp}} > s$)

ダストのサイズがガスの平均自由行程より小さい時、ガス分子は熱速度 v_{th} でダストの周りを飛び回る粒子として扱うことができる（自由分子流）。このときガスはマイクロな分子の速度 v_{th} でダストの幾何断面積に飛び込むため、単位時間あたりにダストに流入するガスの体積は $\pi s^2 v_{\text{th}}$ に比例する。ガス分子は u の流れに乗りながら v_{th} で等方的に運動しているため、単位質量のガスが与える平均的な運動量は $\langle v_{\text{th}} + u \rangle \sim u$ となる。 $s < \lambda_{\text{mfp}}$, $u \ll v_{\text{th}}$, マクスウェル分布を仮定し衝突頻度を考慮すると、単位時間あたりのダストへの運動量輸送、すなわちガス抵抗力は以下の式で表せる。

$$f_{\text{D}} = \frac{4}{3} \pi s^2 \rho_{\text{g}} v_{\text{th}} u \quad (9)$$

Stokes 則 ($\lambda_{\text{mfp}} < s$, $Re < 10$)

ダストがガスの平均自由行程より大きくレイノルズ数 Re が小さい時、ガスは粘性流体として振る舞う。粘性流体中に物体があるとき周囲の流体は物体と一緒に運動しようとするため、抵抗を受ける断面積が実効的に厚くなり、粘性境界層の厚み s/\sqrt{Re} で決まるようになる。ガスはダストに対しマクロな流体速度 u で流入し、単位質量あたりのガスの運動量は u なので、ガス抵抗力は $\pi (s/\sqrt{Re})^2 \rho_{\text{g}} u^2$ に比例する。ダストの形状が球形であると仮定して粘性流体中の球に働く力を厳密に計算し⁴、粘性係数 μ と、 $Re = 2\rho_{\text{g}} s u / \mu$ の関係を用いると、下式が得られる。

$$f_{\text{D}} = 6\pi\mu s u \quad (10)$$

Newton 則 ($Re > 10^3$)

ダストがさらに大きくなり流れのレイノルズ数が十分大きくなると、ガスの振る舞いは非粘性流体的となる。抵抗を受ける断面積は幾何断面積に戻り、抵抗力は

$$f_{\text{D}} = 0.25\pi s^2 \rho_{\text{g}} u^2 \quad (11)$$

となる。係数の 0.25 は経験的に求められた数値である。

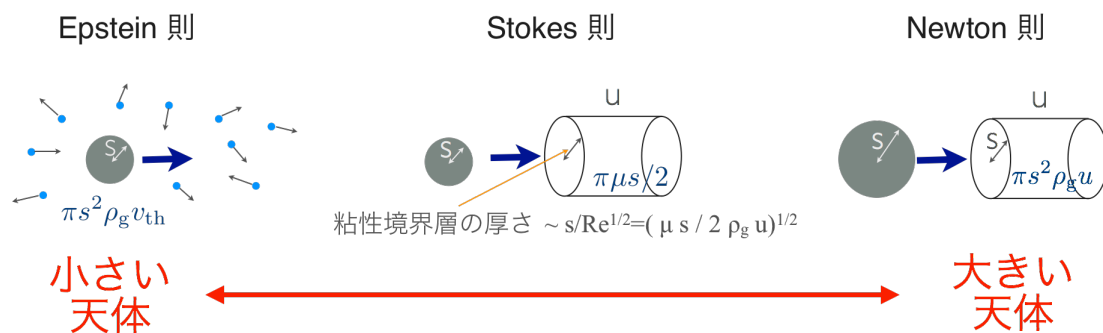


図 3. ガス抵抗則の概念図。固体天体が成長するにつれて、ガスの振る舞いが自由粒子的、粘性流体的、非粘性流体的と変化していく。

⁴導出は Landau & Lifshitz Fluid Mechanics §20 参照

2.3 ガス抵抗を受けた固体の運動

ガスから抵抗力を受ける時のダストの運動を理解する。円柱座標系において固体の運動方程式の r, ϕ, z 成分はそれぞれ

$$\frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\phi^2}{r} = -\frac{GM_*}{r^2} - F_{\text{drag}} \frac{v_r}{u} \quad (12)$$

$$\frac{dv_\phi}{dt} + \frac{v_\phi v_r}{r} = -F_{\text{drag}} \frac{v_\phi - r\Omega_g}{u} \quad (13)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\frac{GM_*}{r^3} z - F_{\text{drag}} \frac{v_z}{u} \quad (14)$$

のように書ける。ただし、 $F_{\text{drag}} \equiv f_D/m$ は単位質量あたりのダストが受ける抵抗力である。また、ガスがダストから受ける抵抗力の反作用は無視し、 $z \ll r$ を仮定している。ここで $v'_\phi (= v_\phi - v_K)$, $v_r, v_z \ll v_K$ として2次以上の微小量は無視し、軸対称と定常状態を仮定する。さらにダストの運動がガスの運動に馴染むまでのタイムスケール⁵を表す $t_s = u/F_{\text{drag}}$ を用いると、上式は

$$-2v'_\phi \Omega_K = -\frac{v_r}{t_s} \quad (15)$$

$$\frac{1}{2} \Omega_K v_r = -\frac{v'_\phi + \eta v_K}{t_s} \quad (16)$$

$$\Omega_K^2 z = -\frac{v_z}{t_s} \quad (17)$$

となり、これを解くと固体の速度が

$$v_r = -\frac{2\eta v_K \Omega_K t_s}{1 + (\Omega_K t_s)^2} \quad (18)$$

$$v'_\phi = -\frac{\eta v_K}{1 + (\Omega_K t_s)^2} \quad (19)$$

$$v_z = -\Omega_K^2 t_s z \quad (20)$$

のように得られる (Adachi et al., 1976, Weidenschilling, 1977). 固体天体が中心星まで落下するタイムスケール $t_{\text{drift}} = r/|v_r|$ は図4のようになる。固体が小さい時は抵抗を強く受けるため、ガスと一体となって運動する。一方で大きくなるとガスの抵抗を受けにくくなり、落下しにくくなる。そのため中間サイズの天体が最も落下しやすく、50cm程度の大きさの天体はわずか100年で中心星に落下してしまう。落下速度が最大となるのは $\Omega_K t_s = 1$ の時である。無次元量 $\Omega_K t_s$ はストークス数と呼ばれ、ガス抵抗の強さを表す指標として用いられる。

固体天体が成長するタイムスケールが落下のタイムスケールより短くなければ、天体は微惑星サイズまで成長することができず速やかに中心星に落下してしまう。

⁵制動時間, stopping time と呼ぶ。

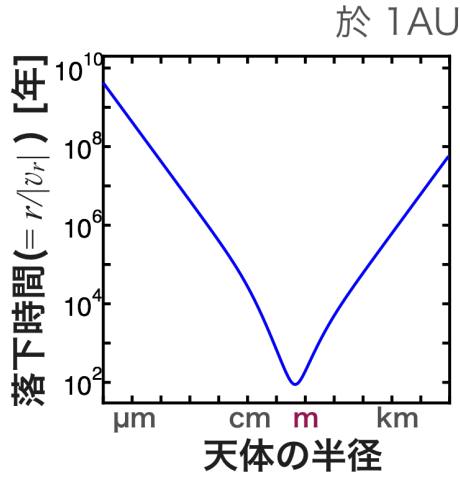


図 4. 1AU における固体天体の落下時間.

2.4 円盤中での天体の相対速度

天体の成長のタイムスケールは天体同士の衝突速度，すなわち相対速度に大きく依存する．天体の相対速度 v_{rel} を生む要素として，ダストの動径方向の速さ，方位角方向の速さ，鉛直方向の速さ，ブラウン運動，乱流の5つが考えられる．各要素における相対速度をそれぞれ Δv_r , Δv_ϕ , Δv_z , Δv_B , Δv_t とすると， v_{rel} はそれらの二乗和で与えられる．

$$v_{\text{rel}} = \sqrt{(\Delta v_r)^2 + (\Delta v_\phi)^2 + (\Delta v_z)^2 + (\Delta v_B)^2 + (\Delta v_t)^2} \quad (21)$$

ダストの動径成分の相対速度は式 (18) より $\Delta v_r = |v_r(t_{s,1}) - v_r(t_{s,2})|$ のように求める．ここで， $t_{s,1}$, $t_{s,2}$ は衝突する2つのダストの制動時間である．方位角成分，鉛直成分の相対速度も同様にして求める．ただし鉛直方向の速度は， $\Omega_K t_s \gg 1$ のときは式 (20) の終端速度， $\Omega_K t_s \gg 1$ のときは鉛直方向の振動速度の最大値 $v_z = -\Omega_K z$ となるよう

$$v_z = -\frac{\Omega_K^2 t_s z}{1 + \Omega_K t_s} \quad (22)$$

を用いる (Brauer et al., 2008).

ブラウン運動による相対速度 Δv_B は以下の式で与えられる．

$$\Delta v_B = \sqrt{\frac{8(m_1 + m_2)k_B T}{\pi m_1 m_2}} \quad (23)$$

原始惑星系円盤内では様々な要因でガスの渦が生じ，乱流状態になっている．渦の平均速度は乱流の強さを表す無次元パラメータ α を用いて， $v_g = \sqrt{\alpha} c_s$ である．乱流は Kolmogorov 則に従っており，渦同士が衝突して次々と小さなスケールの渦に分割されていき，最終的には粘性によってエネルギーが散逸する．最大の渦の寿命⁶ はおよそケプラー周期程度で $t_L = \Omega_K^{-1}$ ，最小の渦の寿命は $t_\eta = t_L / \sqrt{Re_t}$ である．ここで $Re_t = D_g / \nu$ は乱流のレイノルズ数であり，ガスの拡散係数は $D_g = v_g^2 t_L$ ，ガス分子の動粘性係数は $\nu = v_{\text{th}} \lambda_{\text{mfp}} / 2$ で与えられる．

⁶turnover time と呼ぶ．

乱流中のダストの速度 v_t は、任意の渦の turnover time を t_k として全ての渦からの寄与を足し合わせることで求めることができ、

$$v_t = \frac{v_g^2}{t_L} \int_{t_\eta}^{t_L} dt_k \left[1 - \left(\frac{t_{s,1}}{t_{s,1} + t_k} \right)^2 \right] \quad (24)$$

となる。ダストは自身の制動時間と同程度の turnover time の渦に最も影響を受けるため、乱流中のダストの相対速度はそれぞれの t_s の極限で次のように近似解が得られる (Ormel & Cuzzi, 2007)。

$$\Delta v_t \simeq \begin{cases} v_g Re_t^{1/4} \Omega_K |t_{s,1} - t_{s,2}| & (t_{s,1}, t_{s,2} \ll t_\eta) \\ v_g \sqrt{\Omega_K t_{s,1}} & (t_\eta \ll t_{s,1} \ll t_L) \\ v_g \sqrt{(1 + \Omega_K t_{s,1})^{-1} + (1 + \Omega_K t_{s,2})^{-1}} & (t_{s,1}, t_{s,2} \gg t_L) \end{cases} \quad (25)$$

第1式はどちらのダストも小さいサイズの渦の回転に馴染んでいる場合、第2式は中間サイズの渦に影響を受ける場合、第3式は大きな渦に弾かれて加速度を得る場合を表している。

以上より各ダストサイズに対するダストの衝突速度 v_{rel} は図5のようなになる。ダストのサイズが小さい $a \sim 10^{-4}$ まではブラウンの寄与が大きく、その後は乱流の影響が大きいことがわかる。衝突速度は $\Omega_K t_s = 1$ となる 50cm 程度の大きさの時に最大となり、このとき式 (25) より $\Delta v_t \simeq v_g = \sqrt{\alpha_D} c_s$ である。 $\alpha = 10^{-3}$ の時ダストの最大衝突速度はおよそ 20 m/s となり、ダストが衝突時に合体成長するためには、このような高速度衝突であっても大規模な破壊が起こらないことが必要である。

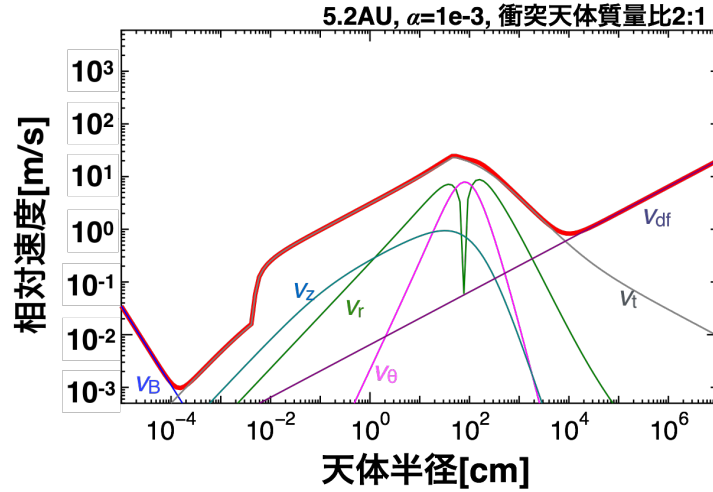


図5. 天体の相対速度。 v_B などは本文中の Δv_B に対応している。

2.5 成長時間と落下時間

ダストが中心星に落下するよりも早く成長できるかどうかを調べるため、成長のタイムスケールと落下のタイムスケールを比較する。ダストの半径を s 、質量を m 、衝突断面積を σ_{col} とすると、ダストの成長率 (単位時間当たりを得る質量) は

$$\frac{dm}{dt} = mn\sigma_{col}v_{rel} = \frac{\Sigma_s}{2h_s} \pi s^2 v_{rel} \quad (26)$$

のように見積れる。ただし n , Σ_s , h_s はそれぞれダストの空間個数密度, 面密度, スケールハイトである。よって成長のタイムスケールは

$$t_{\text{grow}} = \frac{m}{\dot{m}} = \frac{4\rho_s s 2h_s}{3\Sigma_s v_{\text{rel}}} \quad (27)$$

のように書ける。一方落下のタイムスケールは式 (18) より

$$t_{\text{drift}} = \frac{r}{|v_r|} = \frac{1 + (\Omega_K t_s)^2}{2\eta\Omega_K^2 t_s} \quad (28)$$

である。

ここで, ダストのスケールハイトとして沈殿と拡散の平衡解 (Youdin & Lithwick, 2007)

$$h_s = h_g \left(1 + \frac{\Omega_K t_s}{\alpha} \frac{1 + 2\Omega_K t_s}{1 + \Omega_K t_s} \right)^{-1/2} \quad (29)$$

を用いると, 落下のタイムスケールが最も短くなる $\Omega_K t_s = 1$ の時は $h_s \simeq \sqrt{\alpha} c_s / \Omega_K$ となる。また, $\Omega_K t_s = 1$ の時ダスト同士の相対速度は $v_{\text{rel}} \simeq \sqrt{\alpha} c_s$ となる。よって落下が最も深刻になる時の t_{grow} と t_{drift} の比は

$$\frac{t_{\text{grow}}}{t_{\text{drift}}} \simeq \frac{8}{3} \eta \frac{s \rho_s}{\Sigma_s} \simeq 0.2 \left(\frac{\Sigma_{s,1\text{AU}}}{7.1 \text{ g/cm}^2} \right)^{-1} \left(\frac{s}{100 \text{ cm}} \right) \left(\frac{\rho_s}{3 \text{ g/cm}^3} \right) \left(\frac{r}{1 \text{ AU}} \right)^2 \quad (30)$$

となる。Okuzumi et al. (2012) のシミュレーションによると, 深刻な落下を免れて成長する条件は $t_{\text{grow}}/t_{\text{drift}} \leq 1/30$ であるので, 典型的な Σ_s , s , ρ_s では成長は難しいことがわかる。

2.6 落下バリア

図 6 は, ダストの成長と中心星落下を同時に解いたシミュレーション結果である。はじめ時間とともに天体は成長するが, $t = 10^4 \text{ yr}$ で $\Omega_K t_s = 1$ のサイズに達するとそれ以上成長しないことがわかる。これは成長よりも落下が卓越し, そのサイズに達した天体が全て中心星に落下してしまうからである。この問題は「ダストの中心星落下問題」として知られ, 長年の間微惑星を形成する上での大きな困難の一つとされてきた (Adachi et al., 1976)。

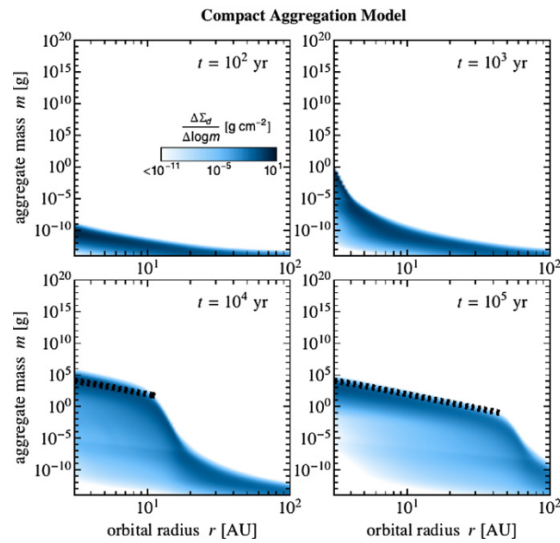


図 6. 固体天体の質量分布の時間進化. 縦軸は天体の質量, 横軸は中心星からの距離であり, 色の濃淡はある質量の天体の面密度を示している. ただし, $\rho_s = 1.4 \text{ g/cm}^2$ である. 点線は $\Omega_K t_s = 0.1$ となる天体の質量である. 図は Okuzumi et al. (2012) より転載.

2.7 ダストの直接合体成長

ダストの直接合体成長による微惑星形成には, 2つの大きな問題点があった. 一つは 2.5 節で述べたダストの中心星落下問題である. もう一つはダストが衝突時に合体できずに破壊される, 衝突破壊問題である. 2.4 節で述べたようにダストの衝突速度は最大で約 20m/s, 時速にすると 72km/h にも達する. 通常感覚では, このような高速度衝突で物体が合体できるとは考えにくい. しかし近年の研究で, ダストの内部構造の進化を考慮することで, これらの問題を解決できることが明らかになった.

以前の微惑星形成のシミュレーションでは, ダストが初期の内部密度を保ってコンパクトな球構造のまま成長することを仮定していた. しかし実際にはダストは成長の過程で, 図 7 のような空隙率の高いアグリゲイト構造になる. このアグリゲイト構造によってダストが合体しやすくなり, また内部密度が低くなることで中心星落下問題を回避できるのである.

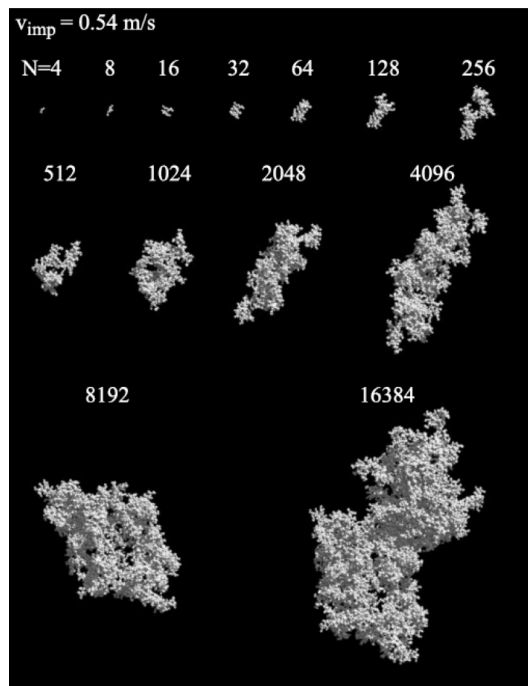


図 7. ダスタグリゲイトの衝突合体による内部構造の進化. 図は [Suyama et al. \(2008\)](#) より転載.

2.8 構成粒子間の相互作用モデル

ダストが衝突時に付着できるかどうかは、ダスタグリゲイトを構成する粒子一つ一つに働く力を全て計算しなければならぬ。アグリゲイト構成粒子の運動は、図 8 に示す 4 つの相互作用でコントロールされている。アグリゲイトは衝突時のエネルギーをモノマーの転がり運動によって吸収するため、大規模な圧縮や破壊が起こりにくい。

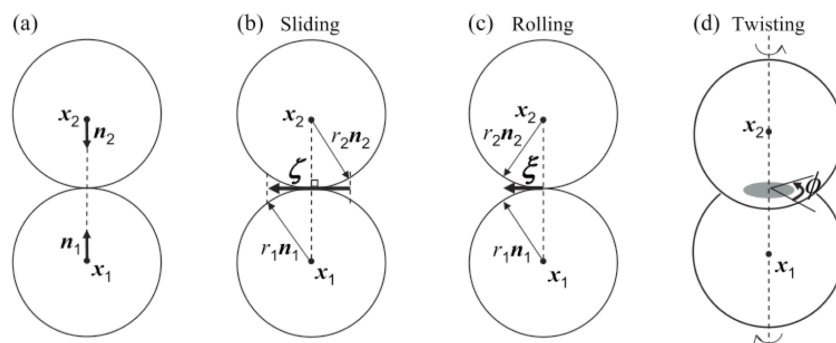


図 8. ダスタグリゲイトを構成する粒子間に働く力のモデル. 引っ張り、滑り、転がり、ねじれの 4 つの運動が作用する. 図は [Dominik & Tielens \(1977\)](#), [Wada et al. \(2007\)](#) より転載.

2.9 臨界衝突速度

どれだけの速度で衝突すると、ダスタグリゲイトが破壊されるかを計算する。ダストの衝突時のエネルギーが構成粒子を切り離すのに必要なエネルギーを上回ると、アグリゲイトは破壊される。モノマー同士はマイクロな分子間力で付着しており、半径 s_0 のモノマーを切

り離すのに必要なエネルギー E_{break} は、表面エネルギー γ 、ヤング率 Y 、ポアソン比 ν を用いて

$$E_{\text{break}} = 23[\gamma^5 s_0^4 (1 - \nu^2)^2 / Y^2]^{1/3} \quad (31)$$

と表せる (Johnson et al., 1971).

Wada et al. (2013) の 3D シミュレーションによると、これ以上の速度で衝突したら破壊されるという臨界衝突速度はおおよそ

$$v_{\text{col,crit}} = 20\sqrt{E_{\text{break}}/m} \quad (32)$$

で与えられる。構成粒子がシリケートだと $v_{\text{col,crit}} \simeq 6\text{m/s}$ 、氷だと $v_{\text{col,crit}} \simeq 80\text{m/s}$ となる。氷の方がシリケートより付着しやすいのは、より表面が柔らかい、つまり付着エネルギーが大きいからである。ダスト同士の最大衝突速度は $\alpha = 10^{-3}$ ではおおよそ 20m/s なので、ダストの衝突破壊問題はシリケートダストでは深刻であるが、氷ダストでは問題とならない。

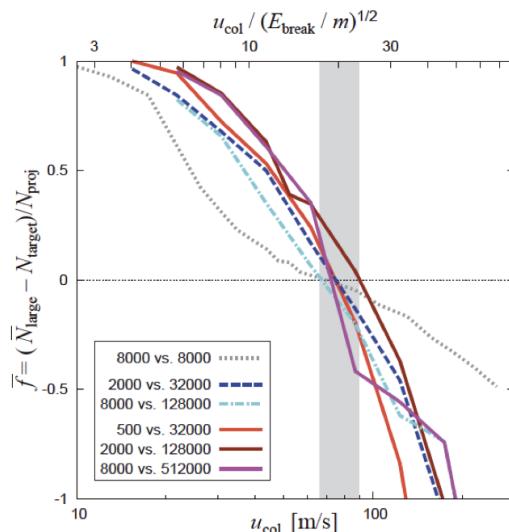


図 9. 衝突速度に対する、衝突後の最大破片の大きさ。 N_{proj} , N_{target} , \bar{N}_{large} はそれぞれ衝突体、比衝突体、衝突後の最大破片の質量であり、 $\bar{f} = (\bar{N}_{\text{large}} - N_{\text{target}}) / N_{\text{proj}} > 0$ であれば合体成長できたことを示す。線の種類ごとに衝突する 2 物体の質量比が異なるが、結果は大きく変わらない。図は Wada et al. (2013) より転載。

2.10 アグリゲイトの成長

成長に伴ってダストが低密度な構造になることを考慮して図 6 と同様のシミュレーションを行うと、図 10 のようになる。図 6 では $\Omega_K t_s = 0.1$ を超えて質量の大きい天体は形成されなかった。しかし低密度なダストは、中心星落下が最も素早くなる $\Omega_K t_s = 1$ の質量に達しても落下が卓越することなく、成長できている。また、アグリゲイトの内部密度はおおよそ 10^{-5}g/cm^3 まで低くなることもわかる。

このように、氷で表面を覆われたダストアグリゲイトであれば、衝突破壊問題と中心星落下問題を克服して直接合体成長による微惑星形成が可能となる。

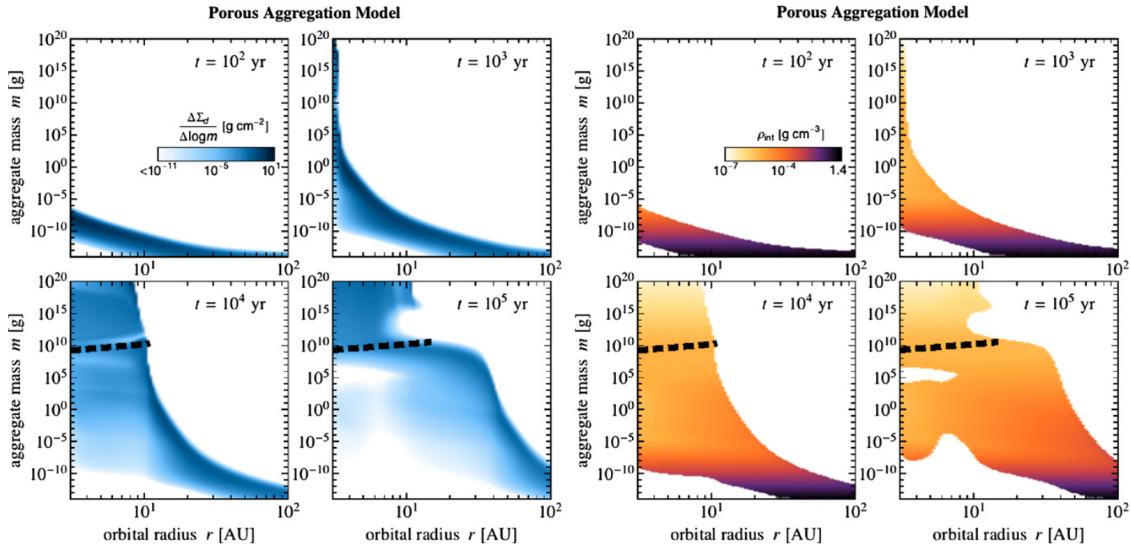


図 10. 多孔ダストモデルによる天体の成長 (左) と内部密度の進化 (右). 縦軸は天体の質量, 横軸は中心星からの距離であり, 色の濃淡はそれぞれある質量の天体の面密度 (左) と内部密度 (右) を示している. 点線は $\Omega_K t_s = 1$ となる天体の質量である. 図は Okuzumi et al. (2012) より転載.

2.11 なぜ成長できたのか？

2.5 節で述べたように, 落下が最も深刻になる時の t_{grow} と t_{drift} の比は

$$\frac{t_{\text{grow}}}{t_{\text{drift}}} \simeq 0.2 \left(\frac{\Sigma_{s,1\text{AU}}}{7.1 \text{ g/cm}^2} \right)^{-1} \left(\frac{\rho_s s}{300 \text{ g/cm}^2} \right) \left(\frac{r}{1 \text{ AU}} \right)^2 \quad (33)$$

のように書ける. 成長条件 $t_{\text{grow}}/t_{\text{drift}} \leq 1/30$ を満たすには, 固体の面密度を増やすか, $\rho_s s$ を小さくする必要がある. よって, 2.2 節で求めたガス抵抗則ごとに $\rho_s s$ の依存性を調べる.

Epstein 則では制動時間が

$$t_s^{(\text{Ep})} = \frac{mu}{f_D} = \frac{\rho_s s}{\rho_g v_{\text{th}}} \quad (34)$$

なので, $\Omega_K t_s = 1$ の時

$$\rho_s s|^{(\text{Ep})} = \frac{\rho_g v_{\text{th}}}{\Omega_K} = 1400 \left(\frac{r}{1\text{AU}} \right)^{-3/2} \text{ g cm}^{-2} \quad (35)$$

となり, 成長条件を満たせず必ず中心星落下が卓越する.

次に Stokes 則 では

$$t_s^{(\text{St})} = \frac{4\rho_s s^2}{9\rho_g v_{\text{th}} \lambda_{\text{mfp}}} \quad (36)$$

なので, $\Omega_K t_s = 1$ の時

$$\rho_s s|^{(\text{St})} = \sqrt{\frac{9\rho_g \rho_s v_{\text{th}} \lambda_{\text{mfp}}}{4\Omega_K}} \simeq 78 \left(\frac{\rho_s}{1\text{g/cm}^3} \right)^{1/2} \left(\frac{r}{1\text{AU}} \right)^{5/8} \text{ g cm}^{-2} \quad (37)$$

のように, ρ_s に依存する形となる. すなわち, 中心星落下が深刻となる $\Omega_K t_s = 1$ になる前にガス抵抗則が Stokes 則になり, $\rho_s \leq 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ であれば成長条件を満たすことができる.

Epstein 則から Stokes 則に切り替わるのは $s > \lambda_{\text{mfp}}$ となった時である. 質量に対する断面積が大きい低密度アグリゲイトはガス抵抗を受けやすいため t_s が小さくなり, 結果とし

て $\Omega_{\text{KT}s} = 1$ となる半径 s が大きくなる。よって、ダストの内部密度が小さいと $\Omega_{\text{KT}s} = 1$ になる前に $s > \lambda_{\text{mfp}}$ を満たすことができ、成長のタイムスケールを短縮することができるのである。図??は Okuzumi et al. (2012) によって調べられた、衝突合体するダストアグリゲイトの内部密度の変化である。衝突の過程で $10^{-5} \text{ g cm}^{-3}$ という非常に低い密度まで達することがわかる。

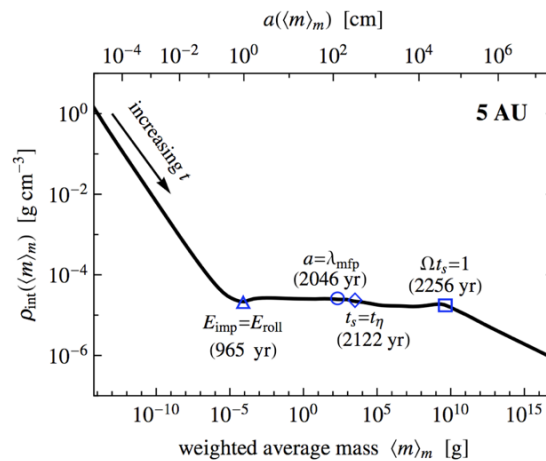


図 11. ダストアグリゲイトの平均質量に対する、平均内部密度。図は Okuzumi et al. (2012) より転載。

2.12 その他の微惑星形成シナリオ

これまでではダストの直接合体成長による微惑星形成を考えてきたが、そのほかにも微惑星形成のシナリオがいくつか研究されている。

- 円盤赤道面へのダストの沈殿による重力不安定 (Goldreich & Ward, 1973). しかしダスト層とガス層の速度差が生む乱流によって、ダストが沈殿することは困難だとされている (Weidenschilling, 1980).
- 自己重力安定な円盤でも発生する、永年重力不安定 (Michikoshi et al., 2010, Takeuchi & Ida, 2012).
- 中心星に向かって落下してきたダストが、一部の密度の高いダスト群に濃集して起こる、ストリーミング不安定 (e.g. Johansen et al., 2007). ただし、ダストの濃集には cm-m サイズの天体と比較的高いダストガス比が必要であることや、最終的に形成される天体の大きさが惑星形成に十分でない、といった問題がある。

2.13 乱流の起源と観測

乱流の起源として、磁気乱流不安定性 (Balbus & Hawley, 1998) が考えられている。実際の乱流の強さを HL Tau の観測から推定すると、円盤の厚さからは $\alpha \sim 10^{-4}$ (Pinte et al., 2016), 円盤の降着率からは $\alpha \sim 10^{-2}$ (Beck et al., 2010) と見積もられており、やはり不定性が大きい。

3 秩序成長と暴走成長

3.1 衝突成長の仕方

衝突確率，すなわち式 (26) の成長率と質量の比の質量依存性によって，衝突成長のモードが変化する．衝突確率に次のような質量依存性があると仮定する．

$$\frac{\dot{m}}{m} = \frac{\Sigma_s}{2mh_s} \sigma_{\text{col}} v_{\text{rel}} = Am^p \quad (38)$$

ここで， A, p は定数とする．これを時間積分すると， p の値によって質量の時間依存性が以下のように得られる．

$$m = (|p|At + m_0^{|p|})^{1/|p|} \quad (p < 0) \quad (39)$$

$$m = m_0 \exp(At) \quad (p = 0) \quad (40)$$

$$m = (m_0^{-p} - pAt)^{-1/p} \quad (p > 0) \quad (41)$$

$p > 0$ の時天体の質量は有限の時間で発散し，この時の成長のモードを暴走成長と呼ぶ．暴走成長が始まると，少数の質量の大きな微惑星が周りを取り残して急速に成長し，原始惑星が形成される．一方 $p < 0$ 時の成長のモードは秩序成長と呼ばれ，同じような質量の天体が系の大部分を占め，足並みをそろえて成長する．

成長のモードがどのようになるかを定める上で，ある質量の天体の面密度 $\Sigma_s(m)$ ，衝突断面積 σ_{col} ，相対速度 v_{rel} の質量依存性が重要となる．

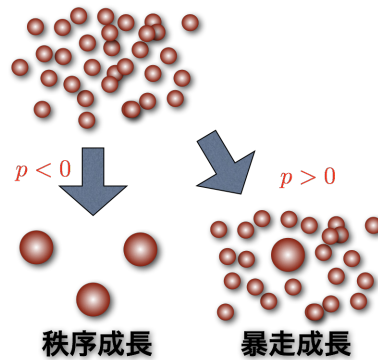


図 12. 秩序成長と暴走成長の概念図.

3.2 ダストの成長

式 (38) の質量依存性を調べ，ダストの成長のモードについて明らかにする．ダストがガスの運動とよく馴染んでいる $\Omega_K t_s \leq 1$ の時， $v_{\text{rel}} \simeq c_s \sqrt{\alpha t_s \Omega_K}$ ， $h_s \simeq h_g \sqrt{\alpha / t_s \Omega_K}$ なので

$$\frac{\dot{m}}{m} = \frac{\Sigma_s}{2} \frac{\sigma_{\text{col}}}{m} t_s \Omega_K^2 \quad (42)$$

となる．2.2 節から，ガス抵抗が Epstein 抵抗則に従う時 t_s の質量依存性は $t_s^{(\text{Ep})} \propto m / \pi s^2 \propto m^{1/3}$ であるので， $p = 0$ の秩序的な成長が起こる．一方 Stokes 則に入ると， $t_s^{(\text{St})} \propto m / s \propto m^{2/3}$ より $p > 0$ となり，暴走成長が始まる⁷．

⁷ここでの暴走成長は，一般的な原始惑星形成過程の暴走成長とは異なることに注意する．

この一連のダストの成長は図 13 のようになる。 $\Omega_K t_s \leq 1$ の時、 Epstein 則の領域ではダストの平均質量は $\exp(At)$ に比例して成長し、 $s > \lambda_{\text{mfp}}$ となり Stokes 則に入ると急速に成長する。そして、 $\Omega_K t_s \gg 1$ になると式 (25) より $v_{\text{rel}} \simeq c_s \sqrt{\alpha/\Omega_K t_s}$ となり、 $p < 0$ の秩序成長に戻る。

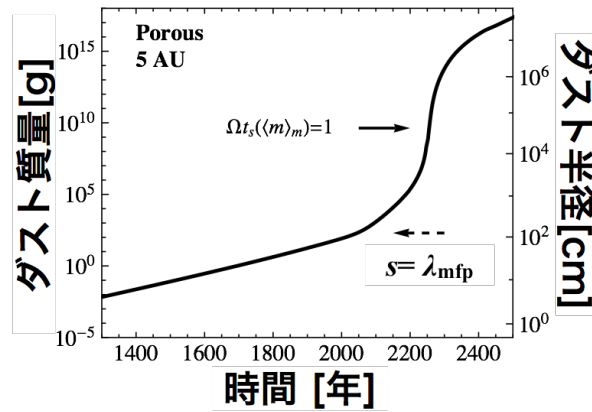


図 13. 多孔ダストの平均質量の時間進化. 右側の軸は質量に対応する半径を示している. 図は Okuzumi et al. (2012) より転載.

3.3 重力フォーカシングと重力散乱

次にダストが成長し $\Omega_K t_s \gg 1$ となった時の、式 (38) の質量依存性を調べていく。天体の質量が大きくなると重力相互作用が無視できなくなり、相手を引き寄せる重力フォーカシングや散乱の効果が大きくなる。

まず重力フォーカシングの効果を考慮した衝突断面積を導く。図 14 のように、質量 m 、半径 s の天体に、別の天体が速度 v_{rel} 、インパクトパラメータ b で入射し、最近接時の速度が v'_{rel} となる状況を考える。エネルギー保存より

$$-\frac{Gm}{s} + \frac{1}{2}v_{\text{rel}}^2 = \frac{1}{2}v'_{\text{rel}}{}^2 \quad (43)$$

であり、また角運動量保存より

$$sv'_{\text{rel}} = bv_{\text{rel}} \quad (44)$$

であるので、2 天体の衝突断面積 σ_{col} は

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{col}} &= \pi b^2 \\ &= \pi s^2 \left(1 + \frac{2Gm}{sv_{\text{rel}}^2} \right) \\ &= \pi s^2 \left(1 + \frac{v_{\text{esc}}^2}{v_{\text{rel}}^2} \right) \end{aligned} \quad (45)$$

となる。ただし、 v_{esc} は脱出速度である。このように、重力で相手を引き寄せることができるほど天体が大きくなると、衝突断面積は幾何断面積よりも実効的に大きくなる。

次に、図 15 のように、質量 m_1 の天体 1 が質量 m_2 の天体 2 に重力散乱され、進行方向を 90 度変える時の散乱断面積を導く。天体 1 は距離 b_{sca} 離れた天体 2 のそばを横切る時に、

天体 2 の重力 $\sim Gm_1m_2/b_{\text{sca}}^2$ を $b_{\text{sca}}/v_{\text{rel}}$ 程度のタイムスケールの間受ける。その時受ける力積が初期の運動量 m_1v_{rel} 程度の時 90 度散乱が起こり、

$$\frac{b_{\text{sca}}}{v_{\text{rel}}} \frac{Gm_1m_2}{b_{\text{sca}}^2} \sim m_1v_{\text{rel}} \quad (46)$$

より散乱断面積が

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{sca}} &\sim \pi b_{\text{sca}}^2 \\ &= \pi s^2 \left(\frac{Gm_2}{sv_{\text{rel}}^2} \right)^2 \\ &\sim \pi s^2 \left(\frac{v_{\text{esc}}}{v_{\text{rel}}} \right)^4 \end{aligned} \quad (47)$$

のように求まる。

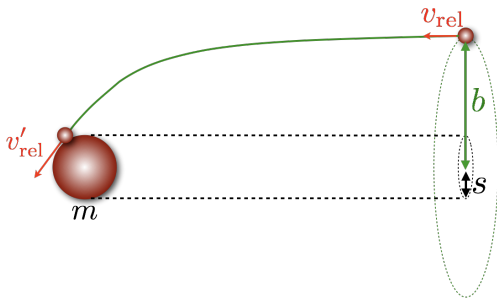


図 14. 重力フォーカシングの概念図。

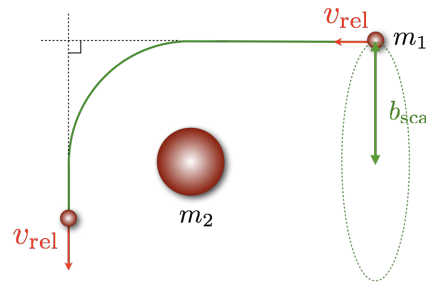


図 15. 90 度散乱の概念図。

3.4 微惑星の成長に重要な軌道要素

図 16 の左のように、中心となる天体 B の周りの赤い楕円上を天体が運動している状況を考える。この時の天体の軌道は、軌道要素と呼ばれる量で決定づけられる。中でも天体の成長を調べる上で重要となるのが、軌道長半径 a 、離心率 e 、そして軌道傾斜角 i の 3 つである。 a, e は青い平面内における軌道の形状を決定し、 i はその軌道が赤道面（緑）からどれだけ傾いているかを示す。これらの量を用いると、天体のスケールハイトが $h_s \sim ia$ 、ランダム速度の鉛直成分が $v_{\text{ran},\perp} \approx iv_K$ 、平行成分が $v_{\text{ran},\parallel} \approx ev_K$ と表せる。

これまででは中心星からの距離として r を用いてきたが、以降では軌道の進化を考慮するという意味を込めて、代わりに軌道長半径 a を用いる。

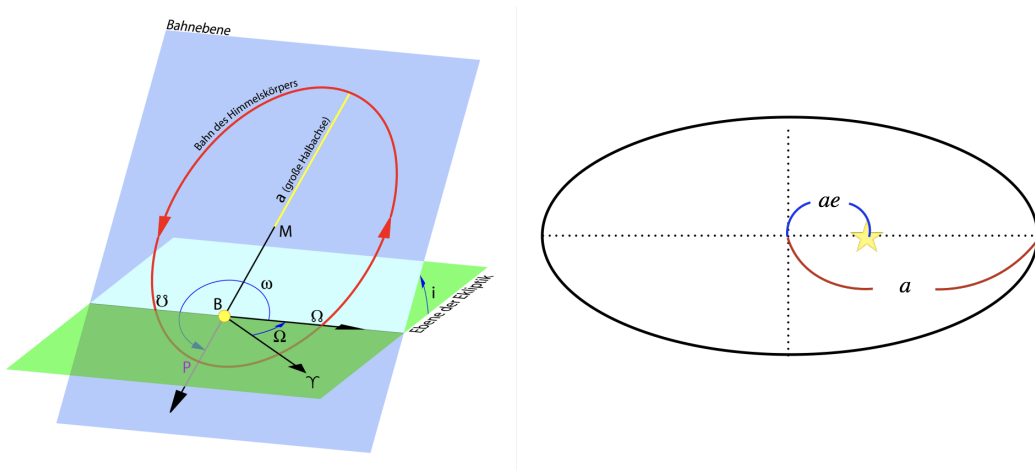


図 16. 軌道要素と軌道の関係. 左図は <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bahnelemente.svg> より転載.

3.5 衝突確率

2 天体の衝突確率について詳しく考える. 式 (38) に示した衝突確率のうち, $\sigma_{\text{col}}v_{\text{rel}}/h_s$ の部分に注目して議論する.

まず図 17 の (a) のように, 天体のスケールハイト h_s がインパクトパラメータ b より十分大きい場合を考える. 一般に, 相対速度 v_{rel} は天体のランダム速度 $v_{\text{ran}} = \sqrt{e^2 + i^2}v_K$ と同程度と考えることができる. 加えて式 (45) の衝突断面積と $h_s = ia$ を用いると,

$$\frac{\sigma_{\text{col}}v_{\text{rel}}}{h_s} = \pi s^2 \left(1 + \frac{2Gm}{s(e^2 + i^2)v_K^2} \right) \frac{\sqrt{e^2 + i^2}v_K}{ia} \quad (48)$$

が得られる.

式 (48) はランダム速度が非常に小さい $e^2 + i^2 \approx 0$ の場合に, 衝突断面積が無限大に発散してしまう. しかし実際には, それは起こらない. ランダム速度が非常に小さい場合, 天体 1 と軌道超半径がほとんど同じ天体 2 はホースシュー軌道を描き, 天体 1 に近接できない. そのため 2 つの天体が近接遭遇する場合は, ホースシュー軌道を描く場合に比べて 2 天体の軌道長半径の差が大きくなる. この時の相対速度はケプラー軌道のずれで生じる速度差 Δv_K に起因し, 以下のように見積もることができる. 2 天体の軌道長半径がそれぞれ $a, a+b$ の時, それらの角速度の差は

$$\begin{aligned} \Delta\Omega_K &= \Omega_K(a) - \Omega_K(a+b) \\ &= \sqrt{\frac{Gm}{a^3}} \left[1 - \left(1 + \frac{b}{a} \right)^{-3/2} \right] \\ &\approx \frac{3}{2} \frac{b}{a} \Omega_K(a) \end{aligned} \quad (49)$$

となる. $\Delta v_K = a\Delta\Omega_K$ であり, ホースシュー軌道にならない最小のインパクトパラメータ b はヒル半径 r_H 程度なので, $\Delta v_K \sim r_H\Omega_K$ を得る. よって $e^2 + i^2 \approx 0$ の場合は, 式 (48) の代わりに

$$\frac{\sigma_{\text{col}}v_{\text{rel}}}{h_s} \approx \pi s^2 \left(1 + \frac{2Gm}{sr_H^2\Omega_K^2} \right) \frac{r_H\Omega_K}{ia} \quad (50)$$

を得る.

次に図 17 の (b) のように、天体のスケールハイト h_s がインパクトパラメータ b より小さい場合を考える. このような状況では、衝突断面積として式 (45) を用いると衝突確率を過大評価してしまう、この時の衝突断面積を高さ $2h_s$ 、幅 $2\sqrt{\sigma_{\text{col}}/\pi}$ の長方形と考えると、

$$\frac{\sigma_{\text{col}} v_{\text{rel}}}{h_s} \sim s \sqrt{1 + \frac{2Gm}{sr_H^2 \Omega_K^2}} \times h_s \times \frac{r_H \Omega_K}{h_s} \quad (51)$$

となる. ただし h_s が小さいことから $i \approx 0$ を仮定し、 $v_{\text{rel}} \sim r_H \Omega_K$ を用いた.

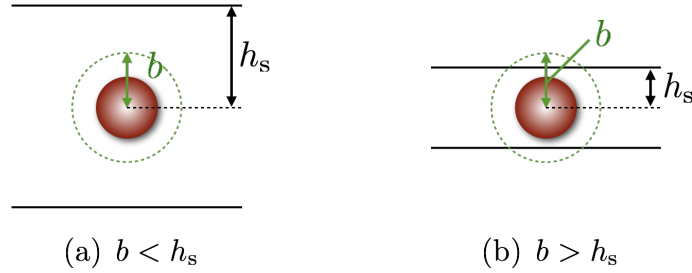


図 17. 天体のスケールハイト h_s とインパクトパラメータ b の大小関係の概念図.

より正確な衝突確率 P_{col} が, Inaba et al. (2001) で求められている. P_{col} は無次元量であり, 成長率は

$$\begin{aligned} \frac{dm_1}{dt} &= \int dm_2 m_2 n_s(m_2) r_{\text{H},12}^2 P_{\text{col},12} \Omega_K \\ &\approx \int dm_2 m_2 n_s(m_2) \frac{\sigma_{\text{col},12} v_{\text{rel},12}}{2h_{s,12}} \end{aligned} \quad (52)$$

となる. ただし, 2 天体のヒル半径は

$$r_{\text{H},12} = \left(\frac{m_1 + m_2}{3M_*} \right)^{1/3} a \quad (53)$$

である. 2 天体の半径, 離心率, 軌道傾斜角の平均量をそれぞれ

$$\tilde{s}_{12} = \frac{s_1 + s_2}{r_{\text{H},12}}, \quad \tilde{e}_{12} = \frac{e_1^2 + e_2^2}{r_{\text{H},12}^2/a^2}, \quad \tilde{i}_{12} = \frac{i_1^2 + i_2^2}{r_{\text{H},12}^2/a^2} \quad (54)$$

のように無次元化することで, 衝突確率が

$$P_{\text{col},12} = \begin{cases} \frac{\tilde{s}_{12}^2}{2\pi} \left(17 + \frac{36}{\tilde{s}_{12} \tilde{e}_{12}^2} \right) & \tilde{e} = 2\tilde{i} \gg 1 \\ \frac{\tilde{s}_{12}^2}{4\pi\tilde{i}} \left(17 + \frac{230}{\tilde{s}_{12}} \right) & 0.2 \lesssim \tilde{e}, \tilde{i} \lesssim 2 \\ 11\sqrt{\tilde{s}_{12}} & \tilde{e}, \tilde{i} \ll 1 \end{cases} \quad (55)$$

のように得られる⁸.

⁸詳しくは Inaba et al. (2001) を参照.

3.6 重力相互作用

微惑星同士の重力相互作用によって、微惑星のランダム速度、すなわち離心率と軌道傾斜角が時間進化する。重力相互作用には、力学的摩擦⁹と Viscus Stirring と呼ばれる2つ異なる効果がある。力学的摩擦は、エネルギー等分配 ($m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2$) に向かうようにランダム速度が変化する効果である。また Viscus Stirring は、ランダム速度が上昇し続ける効果である。それらの効果による離心率の上昇率を表す無次元量をそれぞれ P_{DF} , P_{VS} とし、軌道傾斜角に関して同様に Q_{DF} , Q_{VS} とすると、式 (54) と同様に以下のように離心率と軌道傾斜角の時間変化を記述することができる (e.g. Ohtsuki et al., 2002).

$$\begin{aligned} \frac{de_1^2}{dt} = & \int dm_2 n_s(m_2) r_{H,12}^2 \\ & \times \left[\left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \left(\frac{r_{H,12}}{a} \right)^2 P_{VS,12} + \frac{m_2 e_2^2 - m_1 e_1^2}{e_1^2 + e_2^2} \frac{m_2}{(m_1 + m_2)^2} P_{DF,12} \right] \Omega_K \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_1^2}{dt} = & \int dm_2 n_s(m_2) r_{H,12}^2 \\ & \times \left[\left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \left(\frac{r_{H,12}}{a} \right)^2 Q_{VS,12} + \frac{m_2 i_2^2 - m_1 i_1^2}{i_1^2 + i_2^2} \frac{m_2}{(m_1 + m_2)^2} Q_{DF,12} \right] \Omega_K \end{aligned} \quad (57)$$

式 (56) は簡単には次のように理解することができる。衝突時に相対速度分のエネルギーをランダムエネルギーとして獲得すると考えれば、成長率と同様に

$$\frac{dv_{\text{ran}}^2}{dt} = \frac{\Sigma_s}{2m h_s} \sigma_{VS} v_{\text{rel}}^3 \quad (58)$$

と書ける。ここで σ_{VS} は式 (47) の90度散乱断面積 σ_{sca} 程度である。これを P_{VS} , n_s を用いて書き直すと、 $\sigma_{VS} v_{\text{rel}} / h_s \approx r_H^2 P_{VS} \Omega_K$ より式 (56) の右辺第一項と似た表式が得られる。

3.7 微惑星の成長

以上のことを踏まえて、衝突確率の質量依存性から微惑星の成長のモードを明らかにする。式 (38) は、 $v_{\text{rel}} \sim \sqrt{e^2 + i^2} v_K$ と $h_s \sim ia$ を用いて

$$\frac{\dot{m}}{m} = \frac{\Sigma_s}{2m ia} \sigma_{\text{col}} \sqrt{e^2 + i^2} v_K \approx \Sigma_s \sigma_{\text{col}} \Omega_K \quad (59)$$

と表せる。 Σ_s の質量依存性を無視すると、衝突確率の質量依存性は σ_{col} のみで決まる。

式 (45), (47) に示したように、衝突断面積と散乱断面積はそれぞれ

$$\sigma_{\text{col}} = \pi s^2 \left(1 + \frac{v_{\text{esc}}^2}{v_{\text{rel}}^2} \right), \quad \sigma_{\text{sca}} \sim \pi s^2 \left(\frac{v_{\text{esc}}}{v_{\text{rel}}} \right)^4$$

である。 $v_{\text{rel}} \gg v_{\text{esc}}$ の時は、 $\dot{m}/m \propto s^2/m \propto m^{-1/3}$ より $p < 0$ となるので、秩序成長が起こる。一方 $v_{\text{rel}} \ll v_{\text{esc}}$ の時、 $\sigma_{\text{col}} \ll \sigma_{\text{sca}}$ なので衝突が起こるまでに十分に力学的摩擦が効く。そのためエネルギー等分配 ($m v_{\text{rel}}^2 / 2 = \text{const}$) が成り立ち、 $v_{\text{rel}} \propto m^{-1/2}$ となる。よって $\dot{m}/m \propto s^2 v_{\text{esc}}^2 / m v_{\text{rel}}^2 \propto m^{4/3}$ となり、 $p > 0$ なので暴走成長が起こる。

⁹Dynamical Friction.

図 18 は、合体成長に伴う微惑星の最大質量の時間進化を示している。微惑星が小さいうちは $v_{\text{rel}} \gg v_{\text{esc}}$ であるため、 $\dot{m} \propto m^{2/3}$ より $m \propto t^3$ で成長する。微惑星が大きくなり $v_{\text{rel}} \lesssim v_{\text{esc}}$ となって重力フォーカシングが効き始めると、暴走成長が始まり最大質量の増加が急激になる。

ここで、図 18 の f_d は乱流の強さを表すパラメータであり、乱流が強いほど暴走成長が開始する時間が遅いことが読み取れる。これは乱流によってできるガスの密度のムラから摂動を受け、微惑星の離心率が上昇し v_{rel} が大きくなるためである。暴走成長の始まりや離心率の上昇については、5章で詳しく述べる。

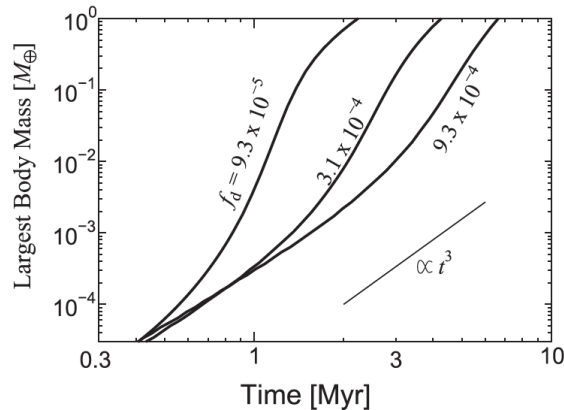


図 18. 5.2AU における、微惑星の最大質量の時間進化。 f_d は乱流の強さを表すパラメータである。図は Kobayashi et al. (2016) より転載。

4 天体の成長とサイズ分布

4.1 合体成長とサイズ分布

図 19 は微惑星の合体成長と動径移動、離心率、軌道傾斜角の進化を同時に解くことで得られた、サイズ分布のスナップショットである。縦軸の値が大きいほど、そのサイズの天体が多数存在することを表す。 2.6×10^6 年までは、サイズ分布が相似形のまま右側にシフトしている。これは系の様々なサイズの天体が足並みを揃えて成長する、秩序成長が起こっていることを意味する。しかし 8.6×10^6 年を見ると、サイズの大きい天体の分布のべきが変化している。これは、サイズの大きい天体が小さい天体を取り残して急速に成長する、暴走成長が起こり始めていることを表す。 1.1×10^7 年後には、3000km 付近にもう一つのピークができているが、これは暴走成長の末形成された原始惑星である。

8.6×10^6 年から 1.1×10^7 年にかけてサイズ分布のピークが変動していないが、このピークの天体サイズは暴走成長開始半径、すなわち $v_{\text{rel}} \lesssim v_{\text{esc}}$ となる半径 ($\equiv s_{\text{run}}$) を示している。 s_{run} 程度のサイズの天体は系の質量の大部分を占め続けるため、 s_{run} によってその後の原始惑星形成が特徴付けられる。具体的には、 s_{run} が小さいと原始惑星の周りの微惑星が破壊されやすくなり、中心星落下によって速やかに失われるので、形成される原始惑星の質量が小さくなる。一方 s_{run} が大きいと周囲の微惑星の個数密度が減少するので、原始惑星の形成に時間がかかる。暴走成長開始半径については、5章で詳しく調べる。

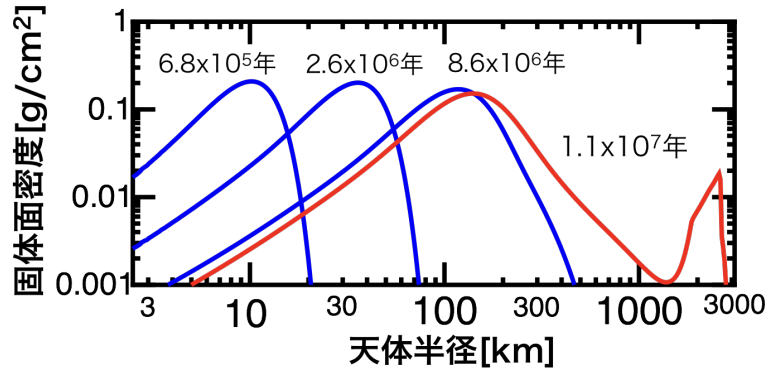


図 19. 5AU における天体のサイズ分布の時間進化. 天体の初期サイズは 1km で, 1MMSN, $\alpha = 3 \times 10^{-3}$ の値を用い, 破壊は考慮していない. 図は Kobayashi et al. (2016) より転載.

4.2 サイズ分布進化方程式

衝突合体・破壊を繰り返す天体群のサイズ分布の進化は, 次の方程式を解くことで得られる.

$$\frac{\partial mn_s(m)}{\partial t} = \int_0^\infty dm_1 \int_0^\infty dm_2 n_s(m_1) n_s(m_2) K(m_1, m_2) m_1 g(m, m_1, m_2) - mn_s(m) \int_0^\infty dm_2 n_s(m_2) K(m_1, m_2) \quad (60)$$

ここで $n_s(m)$ は質量 m の天体の柱の個数密度, $K(m_1, m_2)$ は 2 天体の衝突確率を決める関数, $g(m, m_1, m_2)$ は衝突結果を決める関数である. 左辺は単位時間あたりの質量 m の天体の柱密度の変化を示し, 右辺第 1 項は質量 m_1, m_2 の 2 天体の衝突合体・破壊によって $n_s(m)$ が増加する効果, 第 2 項は質量 m の天体が他と衝突して質量が変化し, $n(m)$ が減少する効果を表している.

$g(m, m_1, m_2)$ は, 衝突によってできる質量 m の天体の総質量を m_1 で規格化した量であり, 次のように書ける.

$$m_1 g(m, m_1, m_2) = (m_1 - m_{e,1}) \delta(m - m_1 + m_{e,1} - m_2 + m_{e,2}) + m_1 g_f(m, m_1, m_2) \quad (61)$$

$m_{e,1}, m_{e,2}$ はそれぞれ m_1, m_2 の天体から出る破片の質量である. 右辺第 1 項は, 2 天体が合体して質量 m の天体が形成された時に, m の質量ビンが得る質量である. ただし, 1 回の衝突で m の質量ビンが得る質量のうち m_1 からの寄与のみをカウントしている¹⁰. 破壊が起こらず完全合体した時には $m_{e,1} = 0$ であり, m_1 全てを m の質量ビンが獲得することになる. 第 2 項は, 衝突によってできる質量 m の破片の総質量である. g_f も m_1 で規格化されている.

4.3 質量フラックス

質量フラックス $F(m)$ は

$$\frac{\partial mn_s(m)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial m} F(m) \quad (62)$$

¹⁰式 (60) の右辺第 1 項を見ると, m_1 と m_2 の組み合わせが重複している. 合体天体のうち m_1 の寄与のみを計上することで, m の質量ビンが得る質量のダブルカウントを避けている.

より式 (60) の右辺を m について積分することで

$$F(m) = \int_0^\infty dm_1 \int_0^\infty dm_2 n_s(m_1) n_s(m_2) K(m_1, m_2) m_1 f(m, m_1, m_2) - \int_0^m dm_1 \int_0^\infty dm_2 m_1 n_s(m_1) n_s(m_2) K(m_1, m_2) \quad (63)$$

のように書ける。ただし、

$$\frac{\partial}{\partial m} f(m, m_1, m_2) = g(m, m_1, m_2) \quad (64)$$

となる関数 $f(m)$ を導入した。ここで、衝突の結果が質量比のみに依存する、すなわち

$$f(m, m_1, m_2) = f\left(\frac{m_1}{m}, \frac{m_2}{m_1}\right) \quad (65)$$

と仮定し、 $m_1 = mx$, $m_2 = m_1 y = mxy$, $n_s(m) = Am^{-\alpha}$, $K(m_1, m_2) = B(y)m^\beta$ と置く、

$$F(m) = m^{3-2\alpha+\beta} A^2 \times \left[\int_0^\infty dx \int_0^\infty dy x^{2-2\alpha+\beta} y^{-\alpha} B(y) f(x, y) - \int_0^1 dx \int_0^\infty dy x^{2-2\alpha+\beta} y^{-\alpha} B(y) \right] \quad (66)$$

のようにフラックスの質量依存性が得られる。

定常状態ではフラックスの質量依存性がないため、 $3-2\alpha+\beta=0$ のとき定常解となる¹¹。衝突確率を表す関数 $K(m_1, m_2)$ の質量依存性 β がわかれば、 α が求まり天体のサイズ分布の形が決まる。例えば、重力フォーカシングが効いていない時は $\beta=2/3$ なので $\alpha=11/6$ 、効いている時は $\beta=7/3$ なので $\alpha=8/3$ となる。合体成長が起こっている時も、破壊が卓越している時も、式 (66) によってサイズ分布のべきを求めることができる。小惑星帯は天体の衝突破壊の繰り返しで形成されたので、小惑星帯の天体のサイズ分布のべきも式 (66) で記述することができる。

4.4 衝突カスケード

図 20 は天体が衝突時に破壊する場合の、サイズ分布のスナップショットである。大きい天体から小さい天体が次々と生まれていき、初期のサイズ分布が時間とともに定常解に収束していくことがわかる。この時のサイズ分布のべきは $\beta=2/3$, $\alpha=11/6$ より得られる、 $m^{1/6}$ に比例している¹²。定常状態に達した後、 m サイズ程度にまで小さくなった天体が中心星に落下して失われるため、サイズ分布のべきを保ったまま天体の総面密度が時間とともに減少する。

定常状態ではどの質量においてもフラックスは一定で、最上流からの流出量によって下流のフラックスが決まるため、 $F(m) = F(m_{\max})$ である。よって、天体の面密度の時間発展が

$$\frac{d\Sigma}{dt} = \int \frac{\partial mn_s}{\partial t} dm = F(m_{\max}) \quad (67)$$

¹¹ 上流が変化するタイムスケールが下流の変化のタイムスケールより十分遅い場合、定常状態となる。

¹² 横軸に質量の対数を取っているの、縦軸は $\int mn_s dm = \int m^2 n_s d(\log m)$ より、 $m^2 n_s$ が面密度の次元となる。

のように決まる。

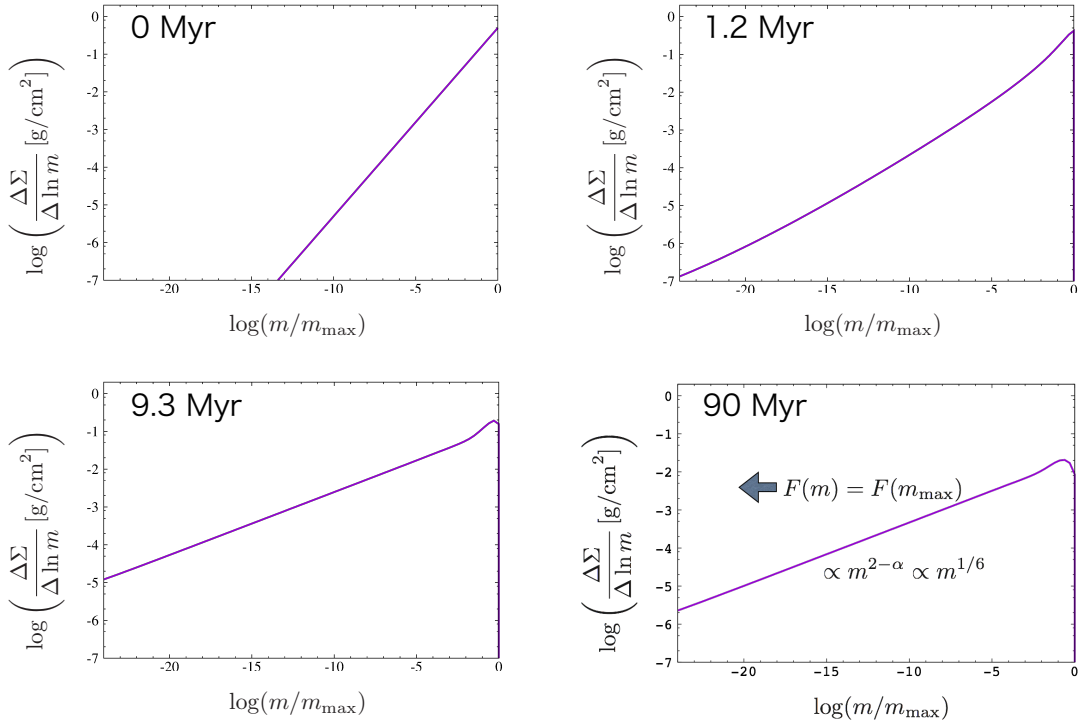


図 20. 天体のサイズ分布のスナップショット。横軸は最大天体の質量で規格化した天体質量，縦軸はそれぞれの質量の天体の面密度である。

4.5 天体のサイズ分布と円盤の明るさ

天体のサイズ分布から円盤の明るさと質量の関係を求めることができるので，サイズ分布は円盤の観測において重要である。光学的に薄い円盤における熱輻射は

$$F_\nu = \frac{1}{D^2} \int \int \pi s^2 B_\nu(T) Q_{\text{abs},\nu} n_s(m, a) 2\pi a da dm \quad (68)$$

であり，円盤内の固体の総質量は

$$M_{\text{disk}} = \int \int m n_s(m, a) 2\pi a da dm \quad (69)$$

といったように，どちらも $n_s(m)$ によって決定づけられる。

5 暴走成長開始半径

4.1 節で述べたように暴走成長開始半径 s_{run} は，その後形成される原始惑星の特徴を決めるため非常に重要である。この章では， s_{run} の解析的な導出方法を説明し，またシミュレーションとの比較によってその妥当性を確かめる。なお，本章の内容は [Kobayashi et al. \(2016\)](#) に詳しく記されている。

5.1 基礎方程式

次の式は、式 (60) に天体の動径方向の移動を加えた合体成長方程式である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial mn_s(m, a)}{\partial t} = & \frac{m}{2} \int_0^\infty dm_1 \int_0^\infty dm_2 n_s(m_1, a) n_s(m_2, a) K(m_1, m_2) \delta(m - m_1 - m_2 + m_e) \\ & - mn_s(m) \int_0^\infty dm_2 n_s(m_2, a) K(m, m_2) \\ & + \frac{\partial}{\partial m} \int_0^\infty dm_1 \int_0^\infty dm_2 n_s(m_1, a) n_s(m_2, a) K(m_1, m_2) \Psi(m, m_1, m_2) \\ & - \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial a} [amn_s(m, a) v_r(m, a)] \end{aligned} \quad (70)$$

ただしここでは、式 (60) に現れる衝突結果を決める関数 g を用いていない。右辺第 1 項、第 2 項は衝突合体による n_s の増減を表し、第 3 項は衝突破壊で生じた破片の質量分布を決める。ここでは天体 1 と天体 2 の破片を区別せず、破片の総質量を $m_e = m_{e,1} + m_{e,2}$ としている。また、 $\Psi(m, m_1, m_2)$ は破片の積算質量である。第 4 項は動径方向の移動による $n_s(m, a)$ の変化を示し、 v_r は式 (18) で求めた動径移動速度である。衝突確率を決める関数 $K(m_1, m_2)$ は 3.5 節の P_{col} を用いて

$$K(m_1, m_2) = (h_{m_1, m_2} a)^2 \langle P_{\text{col}}(m_1, m_2) \rangle \Omega_K \sim \frac{\sigma_{\text{col}} v_{\text{rel}}}{h_s} \quad (71)$$

のように書ける。ただし $h_{m_1, m_2} = [(m_1 + m_2)/3M_*]^{1/3}$ であり、 $h_{m_1, m_2} a = r_{\text{H}1,2}$ である。

衝突による微惑星の質量分布の変化だけでなく、ランダム速度 $v_{\text{ran}} = \sqrt{e^2 + i^2}$ 、すなわち離心率と軌道傾斜角の時間進化も計算する必要がある。離心率と軌道傾斜角は、天体間の重力相互作用、ガス抵抗、衝突ダンピング、そして乱流による巻き上げによって摂動を受け、

$$\frac{de^2}{dt} = \left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{grav}} + \left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{drag}} + \left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{coll}} + \left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{turb}} \quad (72)$$

$$\frac{di^2}{dt} = \left. \frac{di^2}{dt} \right|_{\text{grav}} + \left. \frac{di^2}{dt} \right|_{\text{drag}} + \left. \frac{di^2}{dt} \right|_{\text{coll}} + \left. \frac{di^2}{dt} \right|_{\text{turb}} \quad (73)$$

のように書ける。各成分の詳しい表式については 5.3 節で述べる。

5.2 数値シミュレーションの妥当性

ダストは惑星に到るまで、質量にしておよそ 40 桁にわたって衝突合体成長する。また、衝突破壊によって非常に数多くの破片が生み出される。よって粒子一つ一つの情報を追う N 体シミュレーションでは、一連の天体の成長を追うことは不可能である。そのため、式 (70) のような合体成長方程式を解いて天体の質量分布を求めることで惑星形成過程を調べる、統計的手法が広く用いられる。ここでは式 (70) の数値シミュレーションの妥当性を、解析解との比較によって確かめる。

合体成長の妥当性

まず2天体が衝突時に完全合体するような理想的な状況を考える。すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{\partial m n_s(m, a)}{\partial t} = & \frac{m}{2} \int_0^\infty dm_1 \int_0^\infty dm_2 n_s(m_1, a) n_s(m_2, a) K(m_1, m_2) \delta(m - m_1 - m_2 + m_e) \\ & - m n_s(m) \int_0^\infty dm_2 n_s(m_2, a) K(m, m_2) \end{aligned} \quad (74)$$

を解く。衝突確率が

$$P_{\text{col}}(m_1, m_2) = \frac{m_1 + m_2}{m_0 n_s(m_0)_{t=0}} = 1 \quad (75)$$

のように与えられるとき、式(74)は解析的に解くことができる。

図21は式(74)の数値解と解析解の比較である。数値解は、40桁を超えても解析解を精密に再現することができていることがわかる。

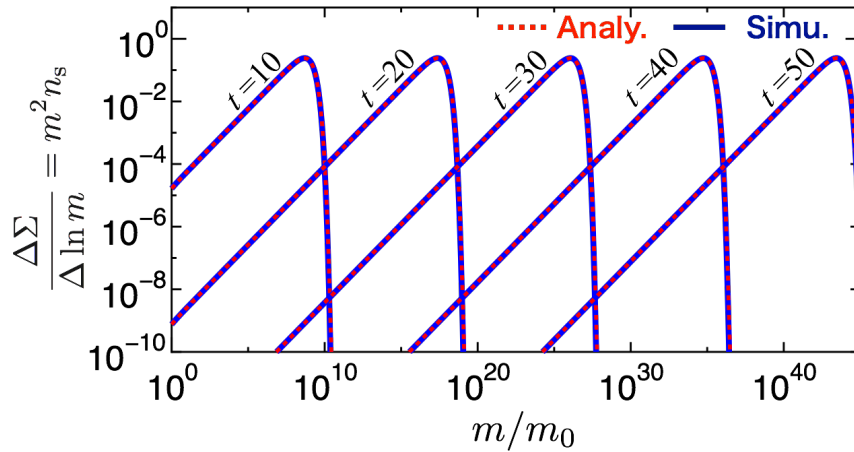


図 21. 合体成長方程式の、数値計算（青）と解析解（赤）の比較。tは無次元化した時間である。

破壊の妥当性

破壊のモデルに関しても、以下のようにその正確さが確かめられている。

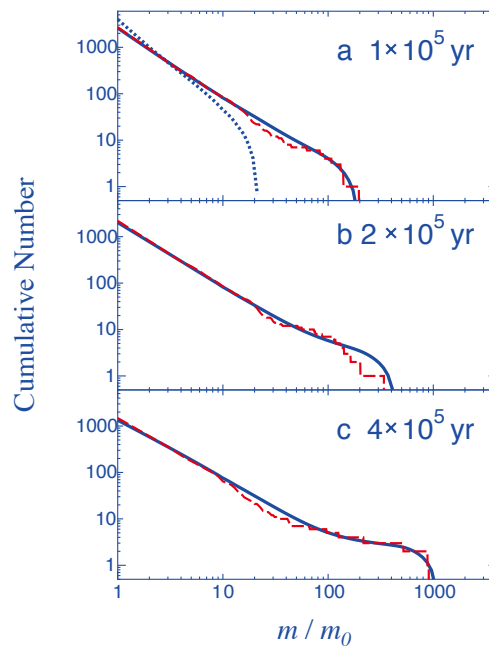


図 22. 破壊なしの場合の天体の質量分布の時間進化の数値解 (実線) (Kobayashi et al., 2010) と N 体シミュレーション (赤破線)(Inaba et al., 2001).

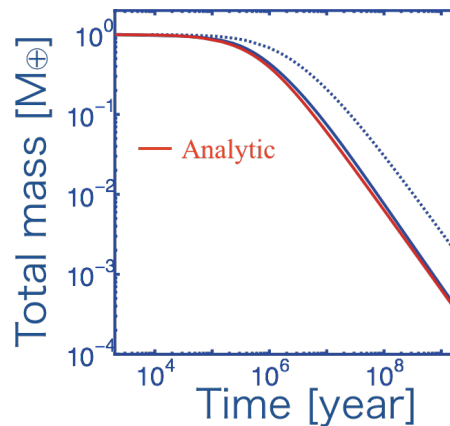


図 23. 破壊を考慮した場合の天体の面密度の時間進化 (実線). 解析解をよく再現している (赤線). 図は (Kobayashi & Tanaka, 2010) より転載.

5.3 衝突ダンピングと乱流による巻き上げ

天体の成長に伴う離心率, 軌道傾斜角は式 (72), (73) に示したように, 様々な要因による摂動を受けて時間進化する. それぞれの項の定性は以下の通りである. まず質量の小さな天体は大きな天体に散乱されることで離心率が上昇し, 大きな天体は小さな天体の群れの中を通過することで離心率が減少する. あるいはガス抵抗や衝突によるブレーキによって, 離心率が減少する. またガスが乱流状態にあると, ガス抵抗やガスの密度ムラとの重力相互作用によって天体が巻き上げられ, 離心率が増加する. 図 19 のシミュレーションは, これらすべての効果を考慮して計算されている.

重力相互作用の効果は, 原始惑星サイズの大きな天体が現れるまでは無視できる. またガス抵抗によるブレーキや巻き上げは, 微惑星サイズの天体に対しては効かない. よって暴走

成長が開始するまでは、乱流によって生じるガスの密度ムラによる巻き上げ¹³と、衝突による離心率の減少¹⁴の2つの効果のみで、離心率の進化をよく説明することができる。

まず密度ムラによる巻き上げの効果は

$$\left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{dfs}} = f_d \left(\frac{\Sigma_g a^2}{M_*} \right)^2 \Omega_K \quad (76)$$

のように与えられ、ガスの面密度の2乗に比例して大きくなる (Ormel & Okuzumi, 2013). f_d は MRI 乱流の強さを表すパラメータであり、乱流の α を用いて

$$f_d = \frac{0.94\mathcal{L}\alpha}{(1 + 4.5h_{\text{res},0}/h_s)} \quad (77)$$

のように与えられる (Okuzumi & Hirose, 2011). \mathcal{L} は 1 のオーダーのファクター、 $h_{\text{res},0}$ は MRI の影響を受けず乱流状態にない赤道面付近の領域の厚みである。

次に、合体後の天体の離心率 e_{12} は合体前のそれぞれの離心率 e_1, e_2 を用いて

$$e_{12}^2 = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 e_1^2 + \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 e_2^2 \quad (78)$$

のように計算できる (Ohtsuki, 1992). 秩序成長では系の大半が同じ程度のサイズなので、1回の衝突で離心率は $1/\sqrt{2}$ になると考えて良い。正確な衝突確率は $(\Sigma_s/m)(h_{m,m}a)^2 \langle P_{\text{col}}(m, m) \rangle \Omega_K$ であるが、 $ev_K \gg v_{\text{esc}}$ かつ $e \gg i$ の時、無次元パラメータ C_{col} を用いて $(h_{m,m}a)^2 \langle P_{\text{col}}(m, m) \rangle \approx C_{\text{col}} s^2 e/i$ と書ける (Inaba et al., 2001). よって衝突ダンピングによる離心率の時間進化は

$$\left. \frac{de^2}{dt} \right|_{\text{coll}} = -C_{\text{col}} \frac{e^3 s^2 \Sigma_s}{2i m} \Omega_K \quad (79)$$

のとなる。

以上より、暴走成長開始までの離心率の時間変化は

$$\frac{de^2}{dt} = f_d \left(\frac{\Sigma_g a^2}{M_*} \right)^2 \Omega_K - C_{\text{col}} \frac{e^3 s^2 \Sigma_s}{2i m} \Omega_K \quad (80)$$

となる。衝突ダンピングと合体成長のタイムスケールが同じため、式 (80) は定常状態にならない。上式と成長率

$$4\pi s^2 \rho_s \frac{ds}{dt} = \frac{C_{\text{col}}}{\epsilon} s^2 \Sigma_s \Omega_K \quad (81)$$

より離心率と天体サイズの関係が

$$\frac{de^2}{ds} = \frac{4\pi f_d \epsilon}{C_{\text{col}}} \left(\frac{\Sigma_g a^2}{M_*} \right)^2 \left(\frac{\sigma_s}{\Sigma_s} \right) - \frac{3e^2}{2s} \quad (82)$$

のように得られ、これを解くと離心率の解析解が次のように導ける。

$$e_{\text{col}} = \frac{8\pi \epsilon f_d \rho_s s}{5C_{\text{col}} \Sigma_s} \left(\frac{\Sigma_g a^2}{M_*} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{s}{s_{(t=0)}} \right)^{-5/2} \right] + e_{(t=0)} \left(\frac{s}{s_{(t=0)}} \right)^{-3/2} \quad (83)$$

ただし $\epsilon = i/e$ であり、 $s_{(t=0)}, e_{(t=0)}$ はそれぞれ初期の微惑星半径と離心率である。

¹³density fluctuation stirring

¹⁴collisional damping

図 24 は式 (83) の解析解と、式 (70) と (72) を正確に解いた数値シミュレーションの結果を比較したものである。 $ev_K \gtrsim v_{\text{esc}}$ のうちは、以上の解析がシミュレーションの結果をよく再現していることがわかる。 $ev_K < v_{\text{esc}}$ となると重力相互作用の影響が強くなるため、離心率は e_{col} よりも大きくなる。

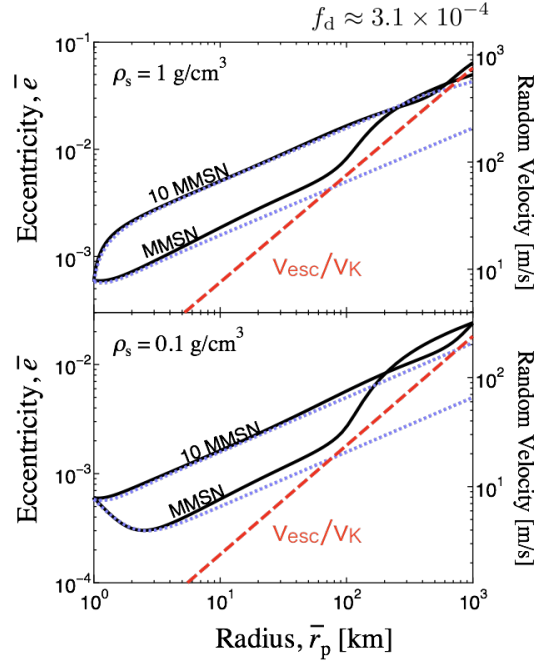


図 24. 質量で重み付けした、平均半径と平均離心率の関係。 r_p は本文中の s を表す。黒実線は数値シミュレーションによる結果、青点線は e_{col} 、赤破線は v_{esc}/v_K である。初期条件は $s_{(t=0)}$ 、 $f_d \approx 3 \times 10^{-4}$ である。

5.4 暴走成長開始半径

以上を踏まえて、暴走成長開始半径を解析的に求める。 $\xi_1 \sim 1$ として暴走成長開始半径 s_{run} を $ev_K = \xi_1 v_{\text{esc}}$ の時の天体の半径と定義すると、式 (83) より

$$s_{\text{run,c}} = \frac{3\epsilon f_d \Sigma_g^2 a^3}{5\xi_1^2 C_{\text{col}} \Sigma_s M_*} \approx 100 \left(\frac{\xi_1}{1.5} \right)^{-2} \left(\frac{f_d}{10^{-3}} \right) \left(\frac{a}{5.2 \text{ AU}} \right)^3 \left(\frac{\Sigma_s}{2.5 \text{ g cm}^{-2}} \right)^{-1} \left(\frac{\Sigma_g}{140 \text{ g cm}^{-2}} \right)^2 \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{-1} \text{ km} \quad (84)$$

が得られる。すなわち乱流が強いとランダム速度が大きくなり暴走成長開始が遅れるため、 $s_{\text{run,c}}$ は f_d の増加関数となる。

図 25 は、乱流の強さと暴走成長開始半径を示したものである。実線と破線は順に、天体の内部密度 $\rho_s = 1 \text{ g cm}^{-3}$ 、 0.1 g cm^{-3} に対する $s_{\text{run,c}}$ である。そして、黒丸と白抜き四角はそれぞれの内部密度に対するシミュレーションで得られた、暴走成長開始時における質量で重み付けした微惑星の平均半径 \bar{s} である。なお、 f_d が大きくなると解析解のべきが変化するのは、衝突ダンピングよりもガス抵抗による離心率の減少が効くようになるからである。ここでは記していないが、Kobayashi et al. (2016) ではガス抵抗と乱流巻き上げの2つを考慮した場合の暴走成長開始半径も解析的に見積もられている。

形成される惑星の大きさは暴走成長開始半径によって決定づけられるため、以上の解析によって、太陽系を形成するのに必要な円盤の初期条件を推測することができる。

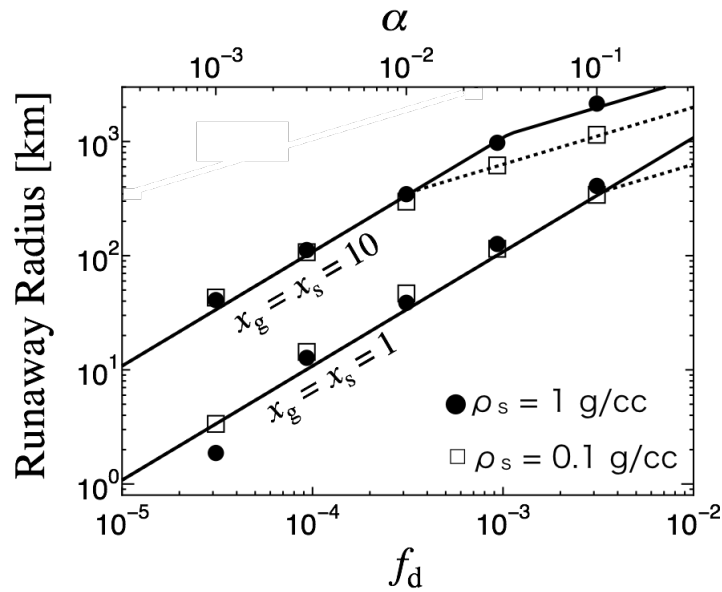


図 25. 乱流の強さと暴走成長開始半径の関係. 黒丸及び四角は暴走成長開始時における質量で重み付けした微惑星の平均半径であり、実線と破線は式 (84) による暴走成長開始半径の解析解である. 天体の内部密度は 0.1gcm^{-3} , 1gcm^{-3} , $h_{\text{res},0} = h$ としている. また x_g, x_s はガスト固体の量を表すファクターであり, $x_g = x_s = 1$ は 1MMSN, $x_g = x_s = 10$ は 10MMSN を示す.

参考文献

- Adachi, I., Hayashi, C., & Nakazawa, K. 1976, *Prog. Theor. Phys.*, 56, 1756
- Balbus, S. A., & Hawley, J. F. 1998, *Reviews of Modern Physics*, 70, 1
- Beck, T. L., Bary, J. S., & McGregor, P. J. 2010, *ApJ*, 722, 1360
- Brauer, F. Dullemond, C. P. Henning, Th. 2008, *A&A*, 480, 859
- Dominik, C., & Tielens, A. G. G. M. 1997, *ApJ*, 480, 647
- Goldreich, P., & Ward, W. R. 1973, *ApJ*, 183, 1051
- Hayashi, C. 1981 *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, 70, 35
- Inaba, S., Tanaka, H., Nakazawa, K., Wetherill, G. W., & Kokubo, E. 2001, *Icarus*, 149, 235
- Johansen, A., Oishi, J. S., Mac Low, M.-M., et al. 2007, *Nature*, 448, 1022
- Johnson, K. L., Kendall, K., & Roberts, A. D. 1971, *Proc. R. Soc. A*, 324, 301
- Kobayashi, H., Tanaka, H., Krivov, A. V., & Inaba, S. 2010, *Icarus*, 209, 836
- Kobayashi, H., & Tanaka, H. 2010, *Icarus*, 206, 735
- Kobayashi H., Tanaka H., & Okuzumi S., 2016, *ApJ*, 817, 105
- Michikoshi, S., Kokubo, E., & Inutsuka, S.-i. 2010, *ApJ*, 719, 1021
- Ohtsuki, K. 1992, *Icar*, 98, 20
- Ohtsuki, K., Stewart, G. R., & Ida, S. 2002, *Icarus*, 155, 436
- Okuzumi, S., Tanaka, H., Kobayashi, H., & Wada, K. 2012, *ApJ*, 752, 106
- Okuzumi, S., & Hirose, S. 2011, *ApJ*, 742, 65
- Okuzumi, S., & Ormel, C. W. 2013, *ApJ*, 771, 43
- Ormel, C. W., & Cuzzi, J. N. 2007, *A&A*, 466, 413
- Pinte, C., Dent, W. R. F., Ménard, F., et al. 2016, *ApJ*, 816, 25
- Suyama, T., Wada, K., & Tanaka, H. 2008, *ApJ*, 684, 1310
- Takeuchi, T., & Ida, S. 2012, *ApJ*, 749, 89
- Wada, K., Tanaka, H., Suyama, T., Kimura, H., & Yamamoto, T. 2007, *ApJ*, 661, 320
- Wada, K., Tanaka, H., Okuzumi, S., et al. 2013, *A&A*, 559, A62
- Weidenschilling, S. J. 1977, *MNRAS*, 180, 57
- Weidenschilling, S. J. 1980, *Icarus*, 44, 172
- Youdin, A. N., & Lithwick, Y. 2007, *Icarus*, 192, 588