「みつめる，みつもる」その3 ～衝突孔(クレータ)の大きさをみつもる～

黒澤 耕介[1, 2]

2024年3月29日受領，査読を経て2024年4月17日受理

（要旨）太陽系の固体表面を持つ天体の表面を支配する地形は衝突孔である．本稿では天体衝突条件が既知のときに衝突孔直径をみつもる方法を三つ紹介する．一つ目は紙とペンで行ういわゆる桁推定，二つ目は次元解析をもとにした業界標準手法，三つ目は近年筆者らが開発している手法である．

1. はじめに

「天体衝突で形成される孔(クレータ)の大きさは，衝突天体の大きさの約10倍」，遊•星•人の読者の皆様は一度くらい耳にしたことがあるのではないだろうか?[1] 本稿では天体衝突で孔が開く物理過程を解説し，約10倍という数字がどのように導かれるのか?また適用範囲はどうなっているのか?を掘り下げる．

まず最初に一般的な岩石天体表面で起こる衝突孔形成過程について定性的に解説する．本稿では無限平板の岩石標的に岩石天体が岩石の縦波音速を超える速度で衝突する状況を考える．標的天体の曲率が無視できる程度に衝突天体と被衝突天体の直径比が小さい状況である．標的中には衝突点から遠方に向かって衝撃波が伝播し，運動量，エネルギーが輸送される．このとき4種類の波が登場する．まずは使用する用語を定義しておこう．圧縮波は物質の密度を上昇させる縦波，衝撃波は物質の縦波音速を超えて伝播する圧縮波，希薄波(Rarefaction wave)は自由表面の情報を伝える波，膨張波(Expansion wave)は希薄波の到来後に自由表面に向けて加速された物質が作る素元波の包絡線の進行を表す[2]．衝突天体が標的表面に接触すると衝撃波が発生し，標的内部へ伝播する．衝撃波背面の物質は質量，運動量，エネルギーの保存則(Rankine-Hugoniot関係式)に従い圧縮され，高圧になる．秒速数 km以上の衝突で発生する応力は一般的な岩石の強度に対して十分に大きく，岩石は破砕される．一方で標的表面は圧力ゼロの自由表面である．破砕された岩石は流動化し，希薄波の到来とともに自由表面に向けて運動する．これを掘削流と呼ぶ．圧縮波/衝撃波は波面の進行方向に，膨張波は反対向きに物質を加速する．一般に圧縮波/衝撃波と膨張波面の進行方向は同じではないので，膨張波の到来によって粒子速度ベクトルの向きが変化する．このとき一部の物質は鉛直上向きの粒子速度を獲得し，標的天体上空へ向けて放出される．破砕された岩石が圧密された際には剪断変形に対する抵抗(Dry friction)を示す．掘削流強度は重力と剪断強度により次第に減衰し，最終的に衝突孔の成長が止まる．この時点での衝突孔の直径をみつもることが本稿の主題である．衝突孔形成過程の概略図を図1に示す．この図は数値衝突計算コードiSALE [1–3]の計算出力[3]をもとに作成した．

1.神戸大学 大学院人間発達環境学研究科 人間環境学専攻
2.千葉工業大学 惑星探査研究センター
kosuke.kurosawa@people.kobe-u.ac.jp

[1]聞いたことがないという読者もおられるかもしれませんが，お付き合いください．
[2]希薄波と膨張波が区別されずに記載されている文献もあるので注意が必要です．
[3]本稿の目的から外れるため計算の詳細については割愛します．

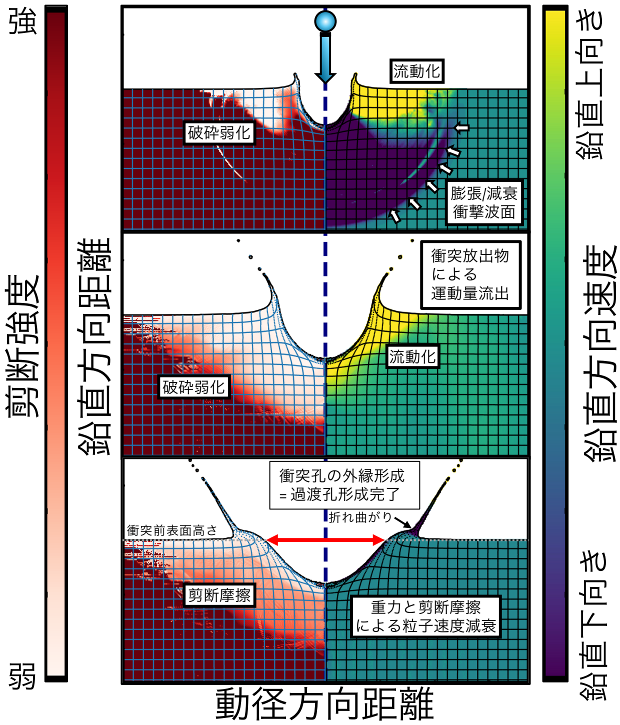


図1: 衝突孔形成過程の概略. iSALE shock physics codeの計算出力をpySALEPlotを用いて描画した. 上から順に時間が経過する. 左半分に剪断強度, 右半分に粒子速度の鉛直方向成分を示している. 最下段では粒子速度がほぼ0になっており, 掘削流が減衰しきっている. 本稿では衝突前地表面を基準として孔の直径(最下段図の赤矢印の長さ)をみつもる.

上記の過程を駆動する運動量, 運動エネルギーの原資は衝突天体の運動である. 以下ではまず衝突孔直径の桁推定を行う(2章). 結果を先に述べてしまうと,「天体衝突で形成される孔の大きさは, 衝突天体の大きさの約10倍」に近しい数字が出てくるものの, より精度の高い推定には踏み込めないことが見えてくる. これは天体表面上の衝突孔直径から衝突天体の質量を推定すると桁で間違う可能性がある, ということを意味する. そこで天体衝突研究業界で標準的に用いられる次元解析を元にした衝突孔直径推定方法を紹介する(3章). 最後に筆者らが提案する次元解析とは異なる衝突孔直径推定方法について述べる(4章).

2. 衝突孔の直径の桁推定

掘削流強度を減衰させるのは被衝突天体(標的天体)の重力, もしくは剪断強度による抵抗である. ここでどちらの効果が主になるのかを表す無次元量を導入する. 衝突天体直径程度の深さでかかる静水圧と強度の比はR_{gY}[4]

$$R_{gY} = \frac{\rho_t g D_p}{Y_t}, \tag{1}$$

と表される. 添字p, tはそれぞれ衝突天体, 標的天体を指す[5]. ρ, g, D, Yはそれぞれ密度, 重力加速度, 直径, 強度である. R_{gY} >> 1もしくはR_{gY} << 1 のとき, 衝突孔直径D_{tr}はそれぞれ重力, 強度によって決定されるであろう. それぞれ重力支配領域 (Gravity regime), 強度支配領域(Strength regime)と呼ぶ [e.g., 5]. 本稿では重力支配領域を主に扱うことにする.

衝突天体が持ち込む運動エネルギーE_pと衝突孔

[4]Katsuragi(2016)[4]の記述に合わせました. ここでの添字gYは重力加速度gと強度Yの意図です.
[5]添字p, tはそれぞれ衝突体, 標的を表す英単語のprojectile, targetの頭文字です.

を作るのに必要な仕事Wの間の釣り合いを考えてみよう．仕事WをR_{gY}>>1もしくはR_{gY}<<1で場合分けし，それぞれW_g，W_Yと表すことにする．ここで衝突天体が直径D_pの球，衝突孔形状はもっとも単純に1辺を衝突孔直径D_{tr}に等しい立方体[6]であると仮定してみよう．なお添字の“tr”はtransientの意味である．後ほど補足するが，ここで求めているのは掘削流が減衰した段階での衝突孔直径であり，最終的な直径よりは小さい．より専門的には過渡孔(Transient crater)と呼ばれている．本稿では過渡孔直径を衝突孔直径と呼ぶことにする．衝突天体の運動エネルギーE_pは衝突速度をv_iとすれば，

$$E_p = \frac{\pi}{12}\rho_p D_p^3 v_i^2, \qquad (2)^7$$

である．立方体の質量$\rho_t D_{tr}^3$を1辺と同程度の距離に渡って移動させれば孔が開くだろう．このとき孔を開けるために重力に逆らって行われる仕事W_gは

$$W_g \sim \rho_t D_{tr}^4 g, \qquad (3)$$

と推定される．強度Yの単位がPa = J m^{-3}であることを思い出せば，孔を開けるために強度に逆らって行われる仕事W_Yは，衝突孔の体積D_{tr}^3に強度Yを掛けた程度になるであろう．実際には無次元で1の程度である体積歪みεを掛けるので，そのようにしておくとW_Yは

$$W_Y \sim \varepsilon Y D_{tr}^3, \qquad (4)$$

の程度であろう．式(2)，(3)より重力支配領域での衝突孔直径$D_{tr,g}$を得ることができる．標的天体物質と衝突天体物質の密度比をπ_4とおき典型的な数値を代入すると，

$$\frac{D_{tr,g}}{D_p} \sim 7 \left(\frac{\pi_4}{1}\right)^{-\frac{1}{4}} \left(\frac{D_p}{1\ \mathrm{km}}\right)^{-\frac{1}{4}} \left(\frac{v_i}{10\ \mathrm{km\ s^{-1}}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{g}{9.8\ \mathrm{m\ s^{-2}}}\right)^{-\frac{1}{4}}, \qquad (5)$$

が得られ，$D_{tr,g}$はD_pのおよそ10倍となることがわかる．同様に式(2)，(4)を等号で結ぶと強度支配領域での衝突孔直径$D_{tr,Y}$を推定できる．ここでは火成岩の典型的な引張強度[e.g., 6]を強度Yの典型値として一応数字を出すと，

$$\frac{D_{tr,Y}}{D_p} \sim 20 \left(\frac{\rho_p}{3000\ \mathrm{kg\ m^{-3}}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{D_p}{1\ \mathrm{km}}\right) \left(\frac{v_i}{10\ \mathrm{km\ s^{-1}}}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\varepsilon}{1}\right)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{Y}{10\ \mathrm{MPa}}\right)^{-\frac{1}{3}}, \qquad (6)$$

となる．一般に岩石のような弾塑性体の強度は圧力や歪み速度に依存して桁で変化するため，あくまで参考程度である．式(5)，(6)の計算値の小さい方の値を衝突孔直径の推定値として採用することになる．このみつもりで概算値に加えて各種物理量への依存性も推定することができた．このような検討から，天体衝突で形成される孔の大きさが衝突天体の大きさの約10倍という言説はいつでも成り立つわけではなく，あくまで地球−月系の典型的な衝突条件を式(5)に入れた場合に限られることがわかる．特に注意が必要なのは近年盛んに探査が行われている小惑星への適用である．この場合，重力加速度が数桁小さくなる．例えば2022年9月26日にNASAがDART探査機を衝突させた小惑星Dimorphosの表面重力は5 μGである[7]．このような人工衝突では衝突体直径も相対的に小さくなりがちであるため，$D_{tr,g}$はD_pの100倍から1000倍にもなると見積もられる．

3. 次元解析をもとにした標準的な衝突孔の直径方法

2章では桁推定を試みたが，賢明な読者諸氏はいくつもの問題点にお気づきであろう．特に式(2)と(3)，(4)を等号で結びつけることは現実からかけ離れているように思われる．例えば数値衝突計算によれば，掘削流に分配される運動エネルギーは衝突天体が持ち込むそれの高々10%に過ぎない[8]．一方で式(3)，(4)では衝突孔の体積を立方体の体積D_{tr}^3と仮定しているが，天体上で観察される衝突孔の形状の情報をもとにすると，実際の体積は立方体の~10%程度[8]である[e.g., 5]．つまり衝突孔を開けるために利用できるエネルギーのみつもり(式2)，孔を開けるのに必要な仕事(式3，4)の両方にそもそも一桁以上の不定性が含まれている．太陽系天体上の衝突孔群

[6]適当すぎやしないか…?と思った読者の皆様，筆者もそう思います…(後述)

[7]ここでは半径でなく直径を使っていることに注意してください．

[8]実際の衝突孔形状は直径に対して，標的表面から測った最深点までの深さH_{tr}が小さい，つまり底が浅いことが知られています．衝突孔の形状を放物線と近似すると，体積Vは$V = \pi H_{tr} D_{tr}^2/8$，と表されます．$H_{tr}$は$D_{tr}$の1/3から1/4程度[5]です．従って$V \sim D_{tr}^3/10$程度です．

表1: 衝突孔直径に関係する物理量の次元表.

	D_{tr}	C	ρ_t	Y_t	g
M (kg)	0	ν	1	1	0
L (m)	1	$1+\mu$ -3ν	-3	-1	1
T (s)	0	-μ	0	-2	-2

は，その天体への質量，運動量，エネルギー流束の歴史を推定できる可能性がある重要な地質史料であり，過去の太陽系天体の軌道力学環境を復元するために用いられている[e.g., 9]．より丁寧に解読すべきであろう．以下では惑星科学の衝突孔研究で標準的に用いられている方法を紹介する．Katsuragi (2016)[4]の記述をおおいに参考にしたことを顕に述べておく．

衝突孔直径D_{tr}を決定づける物理量はすでに前章で網羅しているが以下に再掲する．衝突天体直径D_p，密度ρ_p，ρ_t，衝突速度v_i，標的強度Y_t，重力加速度gの6つである．D_p，ρ_p，v_iは衝突天体が持ち込む運動量($\sim\rho_p D_p^3 v_i$)，もしくは運動エネルギー($\sim\rho_p D_p^3 v_i^2$)と関係しており，独立ではない．ここで衝突物理の知見に基づく制約を一つ導入する．Dienes and Walsh (1970)[10]は金属同士を衝突させる数値衝突計算を実施し，衝突点からの距離に対して衝突後の応力波形が，衝突条件にどのように依存するか調べた．その結果，

$$C^* = D_p v_i^{\mu}, \tag{7}$$

という量が等しい場合，衝突点遠方での応力波形が一致することを見出した．ここでμは速度指数[9]である．このとき数値計算で求められた値はμ = 0.58であった[10]．掘削流を駆動する応力波形が等しいので，C^*が等しい条件ではD_{tr}も等しくなると期待される．これは終段階等価性(Late-stage equivalence)と呼ばれている．Holsapple and Schmidt(1982)[11]は密度の効果を扱うために式(7)に衝突天体密度の項を追加し，

$$C = D_p v_i^{\mu} \rho_p^{\nu}, \tag{8}$$

と再定義した．νは密度指数[10]である．μ = 1/3，ν = 1/3のとき，Cは衝突天体が持ち込む運動量，μ = 2/3，ν = 1/3のとき，Cは衝突天体が持ち込む運動エネルギーと等価になる．Cは結合定数(Coupling parameter)，もしくは点源指標(Point source measure)などと呼ばれており，衝突天体の情報をひとまとめにして扱える量である．D_p，ρ_p，v_i のかわりにCを導入すると，衝突孔直径D_{tr}に関係する物理量はD_{tr}も含めて，D_{tr}，C，ρ_t，Y_t，gの5つになる．これらの物理量は質量(M)，長さ(L)，時間(T)の3つの独立な次元から構成されている．BuckinghamのΠ定理[12]によれば5 – 3 = 2つの独立な無次元量Π_i，

$$\Pi_i = D_{tr}^{a_{1,i}} C^{a_{2,i}} \rho_t^{a_{3,i}} Y_t^{a_{4,i}} g^{a_{5,i}}, \tag{9}$$

を得ることができる．ここで$a_{1,i}$–$a_{5,i}$[11]は指数である．処方箋[4]に従い次元表を作成[12]し，表1に示す．式(9)の右辺は無次元でなければならないため,下記の連立方程式を満たす必要がある．

$$\nu a_{2,i} + a_{3,i} + a_{4,i} = 0, \tag{10}$$

$$a_{1,i} + (1+\mu-3\nu)a_{2,i} - 3a_{3,i} - a_{4,i} + a_{5,i} = 0, \tag{11}$$

$$-\mu a_{2,i} - 2a_{4,i} - 2a_{5,i} = 0, \tag{12}$$

表1のM，L，Tの行がそれぞれ式(10)–(12)に対応しており，連立方程式を解くことによって，式(9)の右辺は無次元になる．ここで$a_{1,i}$–$a_{5,i}$のいずれか一つは1とおくことができる．ここではD_{tr}に注目しているので，$a_{1,i}$ = 1としておく．ここで我々は，掘削流は重力もしくは強度によって減衰して衝突孔が形成されることを知っているので，その制約を利用する．重力支

[9]速度に紐づく指数という以上の意味はありません．

[10]同様に密度に紐づく指数という以上の意味はありません．

[11]添字のiには後に重力を表すg，もしくは強度を表すYが入ります．

[12]表にしておくことで，可読性が増し，みつもり間違いが減ると思います．

配領域R_{gY} >> 1のとき，強度に依存する指数$a_{4,Y}$ = 0が成り立ち，強度支配領域R_{gY} << 1のとき重力に依存する指数$a_{5,g}$ = 0が成り立つ．このとき連立方程式(10)–(12)は閉じて指数群が一意に求まる．結果として，2つの独立な無次元量Π_g，Π_Y

$$\Pi_{\rm g}= \left(\frac{D_{\rm tr}}{D_{\rm p}}\right)\left(\frac{gD_{\rm p}}{v_{\rm i}^2}\right)^{\frac{\mu}{2+\mu}}\left(\frac{\rho_{\rm t}}{\rho_{\rm p}}\right)^{\frac{2\upsilon}{2+\mu}}, \tag{13}$$

$$\Pi_{\rm Y}= \left(\frac{D_{\rm tr}}{D_{\rm p}}\right)\left(\frac{Y}{\rho_{\rm t}v_{\rm i}^2}\right)^{\frac{\mu}{2}}\left(\frac{\rho_{\rm t}}{\rho_{\rm p}}\right)^{\upsilon}, \tag{14}$$

が得られる．ここで式(13)，(14)の括弧内もまた無次元量になるように整理している．これらは点源指標Cを導入せずに次元解析を行なった際に得られる4つの独立な無次元量

$$\pi_{\rm D}{}^* = \frac{D_{\rm tr}}{D_{\rm p}}, \tag{15}$$

$$\pi_2{}^* = \frac{gD_{\rm p}}{v_{\rm i}^2}, \tag{16}$$

$$\pi_3 = \frac{Y}{\rho_{\rm t}v_{\rm i}^2}, \tag{17}$$

$$\pi_4 = \frac{\rho_{\rm t}}{\rho_{\rm p}}, \tag{18}$$

に対応している．$\pi_2{}^*$は重力と慣性力の比[13]，π_3は標的強度と標的に貫入していく衝突天体にかかる動圧の比である．また重力支配領域と強度支配領域を定義するために式(1)で導入したR_{gY}は$\pi_2{}^*$とπ_3の比である．ここで$\pi_D{}^*$，$\pi_2{}^*$は慣例的に使われている定義とは若干異なることに注意されたい．もっともよく使われる表現は

$$\pi_{\rm D} = \left(\frac{\rho_{\rm t}}{M_{\rm p}}\right)^{\frac{1}{3}} D_{\rm tr}, \tag{19}$$

$$\pi_2 = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}}\pi_2{}^* \sim 1.61\pi_2{}^*, \tag{20}$$

である．ここでM_pは衝突天体質量である．おそらくD_pでなくM_pを変数として次元解析を行なっていた頃の名残りであろうと思われる．式(15)，(16)と(19)，(20)に本質的な違いはないが，定数倍のずれが生じるので文献ごとの定義の確認は必須である．

BuckinghamのΠ定理によれば，求めた2つの無次元数に対して，

$$\xi(\Pi_{\rm g}, \Pi_{\rm Y}) = 0, \tag{21}$$

を満たす関数ξが存在する．これは

$$\Pi_{\rm g} = \psi(\Pi_{\rm Y}), \tag{22}$$

を満たす関数ψが存在することと等価である．ここで重力支配領域を仮定すると，Π_g はΠ_Y に依存しないため，Π_g がある定数Kとして与えられる．岩石同士の衝突を仮定する場合，$\pi_4 \cong 1$を仮定してよいだろう．このとき衝突孔直径と衝突天体直径の比$\pi_D{}^*$は

$$\pi_{\rm D}{}^* \cong K\,\pi_2{}^{*-\beta}, \tag{23}$$

$$\beta = \frac{\mu}{2+\mu}, \tag{24}$$

のように冪乗関係として整理される．室内衝突実験や数値衝突実験を行い，衝突条件が既知の状態で形成された衝突孔直径を計測し，$\pi_D{}^*$ vs $\pi_2{}^*$を対数グラフ上にプロットし，最尤の冪乗関数を求めることでKとμを決定することができる[11]．式(23)を式(5)に合わせて各物理量が見えるように書き下すと，

$$\frac{D_{\rm tr,g}}{D_{\rm p}} = KD_{\rm p}^{-\beta}v_{\rm i}^{-2\beta}g^{-\beta}, \tag{25}$$

と表せる．先述したようにμ = 2/3の場合，点源指標Cは衝突天体が持ち込む運動エネルギーE_pと等価である．このときβ = 1/4となり桁推定式(5)の変数依存性に一致する．桁推定式(5)ではE_pとW_gの釣り合いを利用していたため，当然の結果ではある．Kとβの値は標的によって異なることが知られている．図2に代表的に乾燥砂(Dry sand)と湿潤砂(Wet sand)の場合[13]の結果と，式(5)による桁推定式の結果を合わせて示す．また点源指標Cが衝突天体が持ちこむ運動量，運動エネルギーという物理的な意味を持つ極限であるμ = 1/3，μ = 2/3の参照曲線(傾き)も合わせて表示した．ここでは式(19)，(20)の慣例的な定義を用いてπ_2に対するπ_Dを表示している．式(24)から明らかなように図中の曲線の傾きを決

[13]流体力学でよく知られているFroude数の逆数．

[14]ただしKの値は水の85%程度です．衝突孔直径は同じにはなりません．

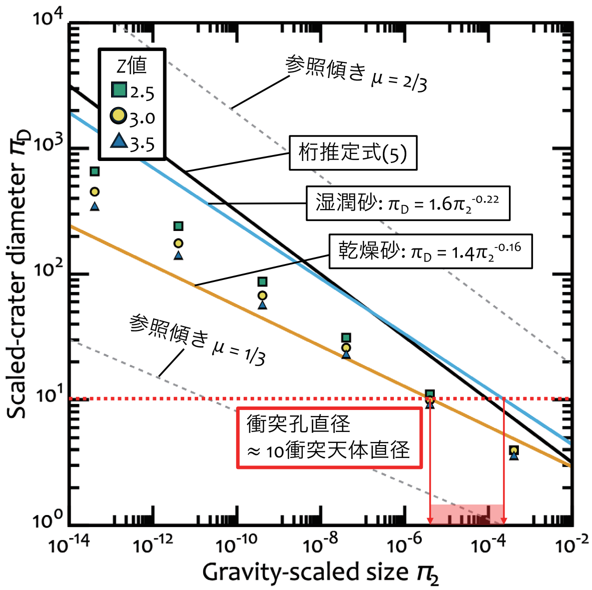


図2: π_2とπ_Dの関係．式(5)による桁推定，乾燥砂，湿潤砂を用いた衝突実験で決定された曲線[12]を示す．2本の点線はμ = 1/3, μ = 2/3に対応する参照曲線である(本文参照)．図中の赤い水平線(π_D = 10)と乾燥砂，湿潤砂の曲線の交点を読み取り，衝突孔直径が衝突天体直径のおよそ10倍になるπ_2の範囲(赤の半透明領域)を制約した．データ点は4章で述べる我々が提案したモデル[16]の計算値である．花崗岩球が花崗岩平板に秒速17 kmで衝突する状況を計算した．また計算に使用したZの値(4章を参照)を凡例に示した．この速度は地球への平均衝突速度[17]である．ここでは等圧核半径を衝突天体半径の1.4倍とした．

定するのは速度指数μである．湿潤砂に対する曲線の傾きは剪断強度が小さく，完全流体と近似できる水とほぼ同様である[14]ことが知られている[e.g., 5]．乾燥砂のように剪断強度が大きい材質になると重力支配領域であっても速度指数μは小さくなる．

π_2は衝突現象の規模の指標であり，Gravity-scaled sizeと呼ばれる．例えば地球上のK/Pg衝突であればπ_2 ~ 10^{-4} [14]，はやぶさ2のSCI衝突[15]やDART探査機のDimorphosへの衝突[e.g., 7]はπ_2 ~ 10^{-12}である．π_4 ≅ 1のとき図2のY軸のπ_Dは本稿の主題である衝突孔直径と衝突天体直径の比に等しい．π_D ~ 10となるのはπ_2^* ≈ 2×10^{-6} – 10^{-4}の範囲[15]に限られることがわかる．

ここで衝突天体とπ_2^*を標的天体直径D_tと脱出速度v_{esc}を使って書き直すと，

$$\pi_2{}^* = \left(\frac{v_{esc}}{v_i}\right)^2 \left(\frac{D_p}{D_t}\right), \tag{26}$$

となる．太陽系形成初期の巨大ガス惑星が形成される前でランダム速度が小さい場合など，v_i ~ v_{esc}を仮定でき，標的の曲率を無視できるならば，衝突孔直径と衝突天体直径の比は衝突天体と標的天体の直径比のみで決まる．

先述したように本稿で実際に計算しているのは過渡孔の直径であり，最終的な孔直径ではない．実際には形成された過渡孔の壁は一般的な砂の安息角と比較して急峻であるため，重力支配領域では重力に従って壁面の崩壊(Crater collapse)を起こす[e.g., 5]．その結果，直径が広がり，深さは浅くなり最終孔(Final crater)に至る．これを衝突孔の修正段階(Modification stage)と呼ぶ．修正段階の物理は今回の次元解析には含まれないため，別途検討が必要であることを注意しておこう．修正段階については本稿では深く言及しないが，重力支配領域の条件で形成された天然の衝突孔は全て修正段階を経た最終孔である．過渡孔から最終孔への遷移も考慮し，衝突条件と最終孔直径を結びつける式[18]も提案されているので，実用上はそちらを参照するのがよいだろう．

[15] π_2 ≈ 4 × 10^{-6} – 2 × 10^{-4}, 式(20)を使ってπ_2をπ_2^*へ変換しました．

4. 衝撃波減衰実験データと掘削流線をもとにした衝突孔直径の推定方法

3章の手法は「Point-source theory」もしくは「π-group scaling laws」と呼ばれ，方法論として完成しているといって良いだろう．自分の興味ある系になるべく近い標的を用意し，Scaling parameterを実験的に決定することで，衝突孔直径を推定することが可能である[16]．とはいえ衝突掘削現象の中身はすべて室内/数値衝突実験に委ねられており，掘削流の形成/減衰の物理に踏み込んではいない．そこで近年筆者らはπ-group scaling lawsとは独立に衝突孔形成過程を記述するモデルを作成した[16][17]．本稿の最後に我々のモデルの基本的な考え方を紹介する．詳細については本稿の目的外なので割愛する．ご興味のある読者はKurosawa and Takada (2019)[16]を参照してほしい．

Melosh (1985)[19]は掘削流の起源は衝撃波と膨張波が通過した後に残る残留速度である，と提案した．これは不可逆加熱に伴うエントロピーの上昇に起因する速度である．衝撃波通過直後の粒子速度が既知であれば，適当な状態方程式を用いてRiemann不変量を積分することにより残留速度を計算することができる[e.g., 19, 20]．衝撃波背面の粒子速度は過去の核爆発を利用した大規模実験で計測されており，火成岩でも堆積岩でも大幅な違いはなく爆心点からの距離の1.87乗で減衰する[21]．核実験の結果と上述の残留速度形成理論を用い，残留速度に分配された運動エネルギーを積分すると掘削流に分配される全運動エネルギーをある程度定量的にみつもることができる．あとはこのエネルギーが空間的にどのように分配されるか?を検討すればよい．Maxwell (1977)[22]は掘削流を記述するモデルを考案した．衝突点を原点とする2次元極座標(r, θ)で，掘削流中の物質の粒子速度のr方向成分$u_{\rm p,r}$が

$$u_{\rm p,r} = \alpha(t) r^{-Z}, \tag{27}$$

のように衝突点からの距離rの冪乗関数で表されると仮定する．ここで$\alpha(t)$は掘削流強度を決定する時間の関数，Zは形状指数[18]である．さらに衝突から十分に時間が経った後の掘削流は非圧縮流体($\nabla \cdot \overrightarrow{u_{\rm p}} = 0$)であると仮定すると，$u_{\rm p,r}$に直交する速度成分$u_{\rm p,\theta}$は

$$u_{\rm p,\theta} = \frac{(1+\cos\theta)}{\sin\theta}(Z-2)u_{\rm p,r}, \tag{28}$$

となる．流線の関係式

$$\frac{{\rm d}r}{u_{\rm p,r}} = \frac{r{\rm d}\theta}{u_{\rm p,\theta}}, \tag{29}$$

に式(27), (28)を入れ整理すると，掘削流線は$\alpha(t)$に依らず，

$$r = R(1-\cos\theta)^{\frac{1}{Z-2}}, \tag{30}$$

と表すことができることがわかる．Rは衝突点から地表面と掘削流線の交点までの水平距離である．これはMaxwellのZ modelと呼ばれ，簡便な解析モデルであることから幅広く利用されている [e.g., 15, 23]. Z modelの弱点は$\alpha(t)$が未知であり，Z model単体では掘削流中の物質の粒子速度の絶対値を計算できないこと，つまり衝突孔の成長の終焉を予測することができないことである．

我々は上記の(1) MaxwellのZ model, (2)衝撃波減衰の実験データ, (3)残留速度を組み合わせれば，掘削流に分配される運動エネルギーの割合とZ modelの流線に沿った残留速度をみつもることができると考え，モデルを組み立てた．衝突点から地表面と掘削流線の交点までの距離をRと置くと，あるRに対する掘削流線がMaxwellのZ modelから1つの曲線として与えられる．掘削流線中の物質が持つ運動エネルギー$E_{\rm k}$，重力ポテンシャルエネルギー$E_{\rm g}$，剪断変形による仕事$E_{\rm Y}$は流線に沿った積分によって計算することができる．$E_{\rm k} > (E_{\rm g} + E_{\rm Y})$であれば，物質放出が起こるだろう．放出速度はエネルギー保存則から計算される．$E_{\rm k} = (E_{\rm g} + E_{\rm Y})$となる$R$が過渡孔半径(=$D_{\rm tr,g}/2$)である．モデルの概念図を図3に示す．我々のモデルの計算値はZの値や等圧核半

[16]実験条件範囲外への外挿の妥当性は保証されないことには注意が必要でしょう．これは次元解析の限界であり，弱点です．

[17]大学院生の頃に次元解析とπ-group scaling lawsについて勉強した時からずっと「わかった気がしないなぁ…」と思っていたのですが，共同研究者の髙田智史さんと雑談しているときに本モデルに思い至りました．

[18]掘削流線の形状を記述する指数という以上の意味はありません．

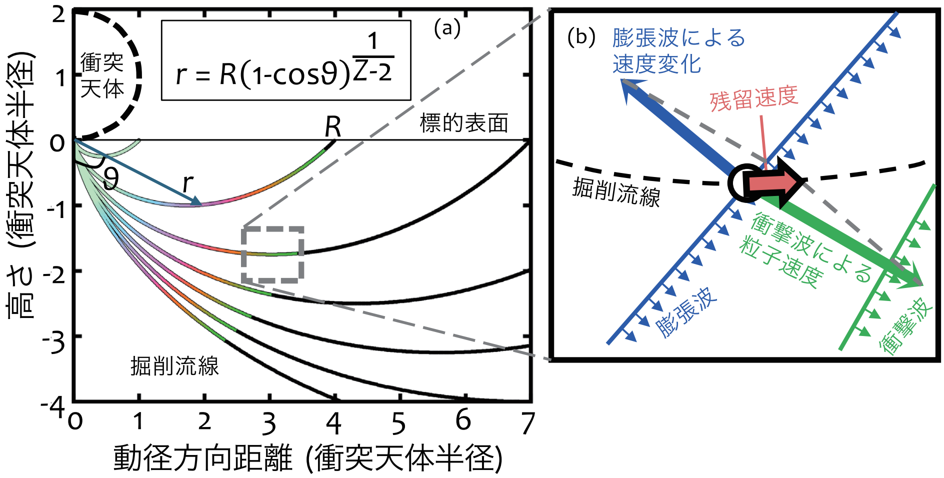


図3：Kurosawa and Takada (2019)[16]による衝突孔形成モデルの概略図．(a)にZ modelで計算される掘削流線形状を示す．色は残留速度を定性的に示している．衝突点から離れると残留速度は遅くなる．同じ色の物質は同じ残留速度で動く．図中に掘削流線の関数形[22]も示している．(b)は残留速度の算出過程の概略図である．膨張波の到達によって速度ベクトルの大きさと向きが変化する．本モデルでは衝撃波到達後に掘削流線に沿って残留速度で運動を開始することを仮定している．Kurosawa and Takada (2019)[16]のFigure 3を改編．

径[19]に依存する．重力支配領域での代表的な計算例を図2に示した．パラメータによっては2本の典型的な曲線のおおよそ中間の値になる．我々のモデルでは計算結果がZの値や等圧核半径といった手で与えるパラメータに依存し，これらの値をモデル内部で決定することはできないことを正直に述べておこう．しかしこれらのパラメータは物理的な意味が明らかであり，取り得る範囲もおおよそ制約されている[20][e.g., 5, 23, 24]．また掘削流線の幾何学情報をモデルに含むことから，標的曲率が無視できない小天体への応用も可能である[25]．

最後に我々のモデルの適用限界を述べる．本モデルでは掘削流のエネルギー源としてエントロピー増加に起因する残留速度が主であることを仮定している．これは衝撃波が発生し，衝突天体が持ち込んだ運動エネルギーが十分に熱化することを仮定していることと同義である．言い換えると我々のモデルでは衝撃波が発生しないような低速度衝突では孔が開かないことになり観測事実と反する．また非圧縮流体を仮定しているにもかかわらず，剪断強度による仕事を計算している．これは強度を定数として与えれば数学的には可能だが，非物理的な取り扱いである．これらを踏まえると十分に高速度な衝突(典型的な岩石のバルク音速よりも高速度，おおよそ>5 km s^{-1})かつ重力支配領域でのみ信頼できるモデルである．

[19]衝突点近傍では衝撃波の通過から自由表面の情報を伝える希薄波の到来まで時間差があります．この領域では衝撃圧力がほぼ一定値になります．この領域を等圧核(Isobaric core)と呼びます．希薄波は衝撃圧縮された物質中の音速で伝播します．希薄波の伝播速度は衝撃波のそれに比べて速く，等圧核半径よりも遠方では衝撃波と希薄波が同時に到来します．この場合は衝撃圧縮された直後に膨張し，減圧します．自由表面に向かう運動量，エネルギーの流れ(=掘削流)が生じると衝撃波は減衰するため，最大衝撃圧力や粒子速度が距離に対してべき乗で減衰します．

[20]Zの値は地球上の衝突孔の堆積層から推定された掘削深さや室内衝突実験で観察される放出物の放出角度などからおおよそ3程度[23]であることが知られています．等圧核半径は衝突直下点近傍領域の運動量保存，エネルギー保存の検討から衝突天体半径の1–1.4倍の範囲[24]とみつもられています．

5. まとめ

本稿では天体衝突で形成される孔の直径をみつもる方法を三つ解説した．それぞれの理論背景にあまいところが多く残されている．本稿を読んで自分ならよりよい方法論を組み立てることができる!，と衝突孔形成の物理に取り組もうと思う読者が現れることに期待している．

謝辞

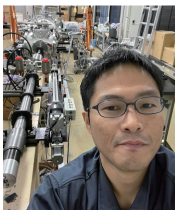
本稿を査読し，建設的なご指摘を下さった大阪大学の桂木洋光さんに感謝します．本稿の執筆を勧めてくださった上に投稿前の原稿を精読し，多くの有益なご指摘を下さった東京大学の瀧哲朗さんに御礼申し上げます．4章で紹介した手法は東京農工大学の髙田智史さんとの共同研究で構築したものです．図1の作図にあたり数値衝突計算コードiSALEを使用しました．iSALEの主要開発メンバである，Gareth Collins, Kai Wünnemann, Boris Ivanov, H. Jay Melosh, Dirk Elbeshausenの各氏に感謝します．また描画に使用したpySALEPlotの開発者であるTom Davison氏に御礼申し上げます．

参考文献

[1] Amsden, A. et al., 1980, Los Alamos National Laboratories Report, LA-8095:101p.
[2] Ivanov, B. A. et al., 1997, Int. J. Impact Eng. 20, 411.
[3] Wünnemann, K. et al., 2006, Icarus 180, 514.
[4] Katsuragi, H., 2016, Physics of soft impact and cratering (Springer).
[5] Melosh, H.J., 1989, Impact cratering: A geologic process (Oxford Univ. Press).
[6] Nakamura, A. M. et al., 2015, Planetary and Space Science 107, 45.
[7] Daly, R. T. et al., 2023, Nature 616, 443.
[8] O'Keefe J. D. and Ahrens, T. J., 1977, Proc. Lunar & Planet. Sci. Conf. 8th, 3357.
[9] Nesvorný, D. et al., 2023, Icarus 399, 115545.
[10] Dienes, J. K. and Walsh, J. M., 1970, in High-Velocity Impact Phenomena (New York: Academic Press), 45.
[11] Holsapple, K. A. and Schmidt, R. M., 1982, JGR 87, 1849.
[12] Backingham, E., 1914, Physical Review 4, 345.
[13] Schmidt, R. M. and Housen, K. R., 1987, Int. J. Impact Eng. 5, 543.
[14] Schulte, P. et al., 2010, Science 327, 1214.
[15] Arakawa, M. et al., 2020, Science 368, 67.
[16] Kurosawa, K. and Takada, S., 2019, Icarus 317, 135.
[17] Ito, T. and Malhotra, R., 2006, Adv. Space Res. 38, 817.
[18] Johnson, B. C. et al., 2016, Icarus 271, 350.
[19] Melosh, H. J., 1985, Icarus 62, 339.
[20] Kurosawa, K. et al., 2015, JGR-Planets 120, 1237.
[21] Perret, W. R. and Bass, R.C., 1975, in Sandia Report SAND74–0252.
[22] Maxwell, D.E., 1977, in Impact and Explosion Cratering (Pergamon Press, New York), pp. 1003.
[23] Croft, S. K., 1980, Proc. Lunar & Planet. Sci. Conf. 11th., 2347.
[24] Senshu, H. et al., 2002, JGR 107, 5118.
[25] Kurosawa, K. and Takada, S., 2024, Proc. Lunar & Planet. Sci. Conf. 55th, 1869.

著者紹介

黒澤 耕介



神戸大学 大学院人間発達環境学研究科 人間環境学専攻 准教授．千葉工業大学 惑星探査研究センター 客員研究員．東京大学大学院新領域創成科学研究科博士課程修了．博士(科学)．日本学術振興会特別研究員PD，宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所 宇宙航空 プロジェクト研究員，千葉工業大学 惑星探査研究センター 研究員，同 上席研究員を経て2023年10月から現職．専門は，衝突物理学．日本惑星科学会，日本地球化学会，生命の起原および進化学会に所属．人生初の関西暮らしを満喫しています．趣味はギター演奏と変わった楽器の収集．最近自宅から徒歩圏内に音楽スタジオを発見し，週末に爆音を浴びるのが楽しみになっています．が，バンドを組みたいです...