「みつめる, みつもる」その2 〜ダスト光学特性をみつもる〜

田崎 亮[1, 2]

2024年1月30日受領, 査読を経て2024年4月22日受理

(要旨) ダストは熱放射や散乱光によって輝く. 我々はその輝きを頼りに宇宙における固体物質の形成と進化を探る. 観測される光に刻まれたダストの大きさ, 内部構造, 化学組成といった情報を読み解くにはダストの光学特性の理解が必須である. 本稿ではダストの光学特性の物理過程をシンプルに整理し, それらの視点から非球形ダストの光学特性の室内実験・数値計算の結果を読み解くことを目指す.

1. はじめに

筆者は原始惑星系円盤のダスト(固体微粒子)の研究者である. 惑星の種であるダストはどのように惑星へと成長するのか, ダストの組成・物性はどのようなものか, そういった謎の解明を目指している. これらの謎を解く有力な手がかりとなるのは, 望遠鏡で観測される原始惑星系円盤のダストの熱放射や散乱光である. 光に刻まれたダストの情報を読み取るためにはダストと電磁波の相互作用, つまりダストの光学特性の理解が必須である. このダスト光学特性というトピックは原始惑星系円盤に限らず, 惑星科学・天文学に広く関連する重要な物理過程である. 元々の動機に加え, その広い応用先に魅力を感じ, 筆者はこれまでダストの光学特性に関する研究を行ってきた.

本連載「みつめる, みつもる」の狙いは, 連載開始記念座談会[1] によると“ (1) 幅広い研究分野の読者, 特に初学者に向けて「研究の中に出てくる数字や数式の感覚(見積もり)」を言語化して共有する, (2) 教科書に載せるには具体的過ぎてそぐわないが, 雑誌論文では詳細と見做され省かれてしまう「隙間」の部分を掘り下げ, まとまった解説記事として学会誌という媒体で世に送り出す”ということである. そこで連載第2回にあたる本稿では, ダスト光学特性の見積もりをテーマにその背後にある物理過程をなるべくシンプルに整理・言語化してみたい. そして, 非球形ダストの光学特性に関する室内実験や数値計算の結果がシンプルな見積もりの観点から理解できることを示す. ところで, 「特に初学者に向けた記事で非球形ダストの問題を扱うのは無謀」と思われる方もおられるかもしれない. 確かに, ダスト光学特性入門の定番は「滑らかな表面を持つ一様球」である. しかし, 滑らかな一様球という“特殊な系”に対象を絞ると, 光とダストの相互作用の本質を見過ごす場合がある. 非球形な系を扱うからこそ見える景色がある. 本稿ではそれをお見せしたい.

第2節では, 複素屈折率といった光学特性における重要な概念を復習するとともに, 本稿で扱う各テーマの全体像を俯瞰する. 続く各節はそれぞれで完結しており, 興味がない節は読み飛ばしていただいて構わない. 第3節ではダストの赤外線吸収スペクトル, 第4節で小石の光反射, そして第5節でダスト集合体(アグリゲイト)の光散乱を扱う.

1.グルノーブル・アルプ大学
2.東北大学
ryo.tazaki1205@gmail.com

2. 物質中の電磁気学のおさらい

ダストに電磁波が入射すると，ダストの大きさや形状，物性に応じて電磁波の吸収や散乱が起こる．ダスト光学特性を理解するとは，物質周りの電磁気現象を理解することに他ならない．ここでは電磁気学の復習も兼ねて，ダスト光学特性における特に重要な概念である複素屈折率とサイズパラメータを導入し，第3節以降で扱う光学現象を概観する．

SI単位系における物質中のマクスウェル方程式は次のように与えられる[2].

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho_{\mathrm{F}}, \tag{1}$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0, \tag{2}$$
$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}, \tag{3}$$
$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}_{\mathrm{F}}+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}. \tag{4}$$

E,H は電場，磁場,D,B は電束密度，磁束密度，ρ_{F}, $\boldsymbol{J}_{\mathrm{F}}$は電荷密度，電流密度である．各物理量は物質内部の各点における平均的な(空間的に粗視化した)値を表す．電磁場と物質との相互作用は

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{F}}=\sigma\boldsymbol{E}, \tag{5}$$
$$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}, \tag{6}$$
$$\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H} \tag{7}$$

から決まり，σ は電気伝導度，ε は誘電率，μ は透磁率である．本稿全体を通して物質の磁性は無視する($\mu=\mu_0$:真空の透磁率)．

まずマクスウェル方程式から複素屈折率を導入しよう．簡単のため，σ, ε が空間的に一様であるような媒質中を伝播する平面電磁波を考える．ある時刻t, 位置$\boldsymbol{r}$において，角振動数ωを持つ平面波の電場を $\boldsymbol{E}\propto\exp[i(\boldsymbol{k}'\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)]$ のように複素数を用いて表そう．$\boldsymbol{k}'$ は媒質中での波数ベクトルである．測定可能な物理量としての電場の値を求めたい場合にはこの実部 $\mathrm{Re}\{\boldsymbol{E}\}$ を取る．複素電場を用いると式(4) の右辺は

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{F}}+\frac{\partial(\varepsilon\boldsymbol{E})}{\partial t}=(\sigma-i\omega\varepsilon)\boldsymbol{E}=\tilde{\varepsilon}(\omega)\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{8}$$

のように書き換えることができ，$\tilde{\varepsilon}(\omega)=\varepsilon+i\sigma/\omega$ を複素誘電率と呼ぶ．式(8) とマクスウェル方程式より，電場は次の波動方程式に従うことがわかる(磁場についても同様)．

$$\nabla^2\boldsymbol{E}=\tilde{\varepsilon}\mu_0\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}. \tag{9}$$

ここで $\rho_{\mathrm{F}}=0$ を用いた[1]．ここから一様媒質中を伝播する平面波の分散関係

$$k'=\sqrt{\tilde{\varepsilon}\mu_0}\omega=k\sqrt{\epsilon} \tag{10}$$

が導かれる．ここで真空中の波数 $k=\omega/c$ と真空中の光速 $c=1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ を用いた(ε_0: 真空の誘電率)．$\epsilon=\tilde{\varepsilon}/\varepsilon_0=\epsilon_{\mathrm{r}}+i\epsilon_{\mathrm{i}}$ を比誘電率と呼ぶ．複素屈折率mは比誘電率を用いて次のように定義される．

$$m=\sqrt{\epsilon}=m_{\mathrm{r}}+im_{\mathrm{i}}. \tag{11}$$

比誘電率と複素屈折率の実部・虚部の関係を書き下すと[2]

$$\epsilon_{\mathrm{r}}=m_{\mathrm{r}}^2-m_{\mathrm{i}}^2, \tag{12}$$
$$\epsilon_{\mathrm{i}}=2m_{\mathrm{r}}m_{\mathrm{i}}. \tag{13}$$

次に，ダスト光学特性を特徴づけるもう一つの重要な量であるサイズパラメータxを導入する．ダスト半径をaとすると，サイズパラメータは

$$x=ka=\frac{2\pi a}{\lambda} \tag{14}$$

で定義される．光学特性分野で「ダストが大きい・小さい」などと基準を示さずに言う場合のほとんどは波長と比べたときの大小，つまり$x\lesseqgtr 1$ を指している．

ダストの光学特性は複素屈折率mとサイズパラメータxを用いて，表1のように大まかに分類することができる(より網羅的な図はたとえば文献[3] のFig. 20を参照)．ダストに入射する電磁波のエネルギーは吸収される成分と散乱される成分に分配されるが，その内訳は，小さなダストでは吸収，大きなダストでは散乱が卓越する傾向がある．そこで本稿の前半(第3節)では小さなダスト($x\ll 1$) による電気双極子吸収を議論する．本稿の後半では大きなダスト($x\gg 1$)による散乱を議論する．また，大きなダストに

[1]複素誘電率を用いて式(4)は$\nabla\times\boldsymbol{H}=-i\omega\tilde{\varepsilon}\boldsymbol{E}$ と書けるので，両辺の発散をとり，一様媒質であることから$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=0$．よって，ガウスの法則(式1)より$\rho_{\mathrm{F}}=0$.

表1: ダスト光学現象の大まかな分類と本稿で扱う内容.

パラメータ	吸収	散乱
$x \ll 1, \lvert m \rvert x \ll 1$	電気・磁気双極子吸収（第３節）	双極子放射（本稿では扱わない）
$x \gg 1, x\lvert m-1 \rvert \ll 1$	本稿では扱わない	干渉性散乱（第５節）
$x \gg 1, x\lvert m-1 \rvert \gg 1$	本稿では扱わない	反射・屈折・回折（第４節）

による散乱は，粒子内部・外部を通過した二つの平面波間に生じる位相ズレ$\sim x|m-1|$ が1より大きいか小さいかによって性質が変化する[3]．第4節では大きなダストによる幾何光学的な散乱 $(x|m-1| \gg 1)$ を扱い，第5節では大きなダストによる波動光学的な散乱 $(x|m-1| \ll 1)$ を扱う．

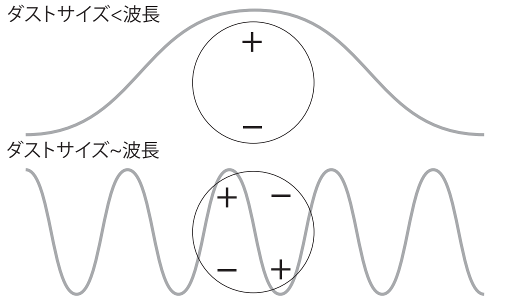


図1: 電磁波中におかれた球形ダスト. 灰色の線は電場の振動を表す.（上）準静電近似が想定する状況. 波長がダストに比べて十分長く，電場はダスト領域にわたって空間的に一様であるとみなせる. このときダスト内部に電気双極子モーメントが生じる.（下）準静電近似が破綻する例. 電磁波の波長が相対的に短く，ダスト内部に高次の多重極モーメント（この場合は四重極モーメント）が生じる.

3. 小さなダストによる光吸収

ダストによる光の吸収はなぜ重要なのか．ひとつにはそれが熱放射を決めるからであろう．ダストの昇華温度は高くともせいぜい2000 K程度であるため，ウィーンの変位則を考えれば，ダストの熱放射はおよそ$\lambda \gtrsim 1\,\mu$mで観測されることになる．必然的に赤外線や電波といった波長帯が熱放射観測の主戦場になる．ある温度T，粒子半径aのダストからなる光学的に薄いダスト層を考える．視線に沿ったダスト層の柱密度を $\mathcal{N}_{\rm d}$とすると，ある波長λで観測されるダスト熱放射の放射輝度 I_λは

$$I_\lambda \simeq B_\lambda(T)\mathcal{N}_{\rm d}C_{\rm abs}(a,\lambda) \tag{15}$$

で与えられる[4]．ここで $B_\lambda(T)$ はプランク関数，$C_{\rm abs}(a,\lambda)$ はダストの吸収断面積である．左辺が観測量であり，それはダストの温度 T やダストの吸収断面積に依存する．もしダストの温度が輻射平衡から決まっているなら，温度 T もまた吸収断面積に依存する．このように，熱放射の観測解釈には吸収断面積の理解が不可欠である．では，ダストのどのような性質を反映して吸収断面積が決まるのだろうか．それが本節のテーマである．

本節では観測波長と比べて粒径の十分小さいダストに対象を絞ることにする[2]．このようなダストの電磁気現象は準静電近似を用いて調べることができる．これは，空間的に一様な電場が$\exp[-i\omega t]$で時間変動するという近似である（図1）．そこで，準静電近似のもとでダストによって吸収される電磁波のエネルギーを見積もってみよう．

3.1　電場がする仕事

準静的な外部電場$\boldsymbol{E}_0$中に置かれたダストはその内部に電気双極子モーメントを生ずる（図1）．外場は時々刻々と変動し，双極子モーメントを絶えず揺り動かす．このとき電場が双極子モーメントにした仕事の分だけ電場がエネルギーを失う．そこで，電場が双極子モーメントにする（正味の）仕事の観点から吸収断面積を見積もってみよう[3]．

単位体積当たりの電気双極子モーメント$\boldsymbol{\mathcal{P}}$（分極と呼ぶ）[4]にダスト内部の電場$\boldsymbol{E}$がする仕事率は ${\rm Re}\{\boldsymbol{E}\}\cdot{\rm Re}\{\dot{\boldsymbol{\mathcal{P}}}\}$ である．今知りたいのは瞬間の仕事

[2]ここで「十分小さい」とは，ダストの吸収断面積が電気双極子近似から求まる場合を指す．球形ダストの場合，この条件は具体的に $|\epsilon|^{1/2}x \ll \min\{1,(90/|\epsilon|)^{1/2}\}$ と近似的に書け，一つ目の条件は双極子近似の条件，二つ目は変動する磁場が誘導する渦電流（磁気双極子）が無視できるための条件である[5].

[3]正確には，電場がする正味の仕事の一部は双極子放射（散乱）に使われるため，吸収断面積ではなく減光断面積の見積もりと呼ぶべきである．ただし $x \ll 1$ の場合，(減光)≃(吸収) と近似できる．

[4]ここでは意図的に微視的な（たとえば各原子レベルの）電気双極子モーメントではなく，分極という巨視的な量を考えている．これは，微視的な双極子が感じる電場（局所場）と粒子内部の平均的な電場（巨視的電場）$\boldsymbol{E}$ は一致しないことと関係している[6]．本節では誘電率という巨視的な視点で定義される物性値を扱うため，巨視的電場や分極を考えるのが自然である．

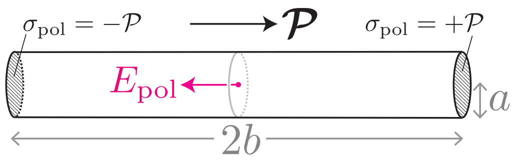


図2: 軸に沿って一様な分極Pを持つ半径a,長さ$2b$の円柱誘電体. 円柱の両端に電荷面密度$\sigma_{\rm pol} = \pm P$が生じる.

率ではなく，電磁波の振動周期に比べて十分長い時間で平均をとった正味の仕事率である．そこで，単位体積当たりの仕事率の時間平均 $\langle ... \rangle$ を求めると，

$$\left\langle \mathrm{Re}\{\boldsymbol{E}\}\cdot\mathrm{Re}\{\dot{\boldsymbol{\mathcal{P}}}\}\right\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{\boldsymbol{E}\cdot\dot{\boldsymbol{\mathcal{P}}}^*\} \tag{16}$$

を得る．ここで $\boldsymbol{E}\dot{\boldsymbol{\mathcal{P}}}$ と $\boldsymbol{E}^*\dot{\boldsymbol{\mathcal{P}}}^*$ は $e^{\mp 2i\omega t}$ に比例し，時間平均の結果ゼロになることを用いた．線形応答の範囲において電場と分極は

$$\boldsymbol{\mathcal{P}} = \varepsilon_0(\epsilon - 1)\boldsymbol{E} \tag{17}$$

という比例関係を満たす．右辺の電場$\boldsymbol{E}$は外場の値ではなく，ダスト内部の電場であることに注意しよう．ダスト内部で電場$\boldsymbol{E}$が一様だとすると[5]，体積Vのダストに対して電場がする仕事率の時間平均値$\langle P_{\rm abs}\rangle$は，式(16，17)より，

$$\langle P_{\rm abs}\rangle = \frac{V}{2}\mathrm{Re}\{\boldsymbol{E}\cdot\dot{\boldsymbol{\mathcal{P}}}^*\} = V\frac{\omega}{2}|\boldsymbol{E}|^2\varepsilon_0\epsilon_{\rm i}. \tag{18}$$

ここで $\dot{\boldsymbol{\mathcal{P}}}^* = i\omega\boldsymbol{\mathcal{P}}^*$ を用いた．比誘電率が波長に依存しなければ，吸収量はωに比例することがわかる．外部からダストに流入する電磁波のエネルギーフラックス(ポインティング・フラックス)の時間平均は$\langle S\rangle = c\varepsilon_0|\boldsymbol{E}_0|^2/2$ であるので，$\langle P_{\rm abs}\rangle$と$\langle S\rangle$の比を求めると，

$$C_{\rm abs} = \frac{\langle P_{\rm abs}\rangle}{\langle S\rangle} = kV\epsilon_{\rm i}\frac{|\boldsymbol{E}|^2}{|\boldsymbol{E}_0|^2}. \tag{19}$$

ここで$\langle P_{\rm abs}\rangle$は単位時間当たりのエネルギーの次元，$\langle S\rangle$は単位時間・単位面積当たりのエネルギーの次元を持つので，$C_{\rm abs}$は断面積の次元を持っている．これが吸収断面積と呼ばれる量である．

[5]一様球や一様楕円体の場合，これが正確に成り立つ．

3.2 誘電分極とダストの内部電場

吸収断面積を求めるためにはダスト内外の電場の関係を求めなければならない．一般に，ダスト内外の電場は誘電分極電荷が作る電場の影響で等しくならない．分極電荷の影響を調べるために，図2に示すような半径a，長さ$2b$の円柱を考え，分極電荷が円柱の中心に作る電場$\boldsymbol{E}_{\rm pol}$の値を見積もってみよう．

円柱は，静的な外場$\boldsymbol{E}_0$によって軸に沿った分極$\boldsymbol{\mathcal{P}}$を持ったとしよう．分極の向きと円柱の側面は互いに平行なので，側面に分極電荷は現れない．分極電荷は円柱の両端に生じ，電荷面密度はそれぞれ$\sigma_{\rm pol} = \pm|\boldsymbol{\mathcal{P}}|$ である．円柱が細長い場合($a \ll b$)，分極電荷が円柱の中心に作る電場は，中心から距離bだけ離れた，電荷量$\pm|\boldsymbol{\mathcal{P}}|\pi a^2$ の二つの点電荷が作る電場とみなせる．したがって，

$$\boldsymbol{E}_{\rm pol} \sim -2\times\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\pi a^2\boldsymbol{\mathcal{P}}}{b^2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}\right)^2\frac{\boldsymbol{\mathcal{P}}}{\varepsilon_0}. \tag{20}$$

円柱が円盤状の場合 ($b \ll a$)，中心での電場は電荷面密度 $\pm|\boldsymbol{\mathcal{P}}|$ で帯電した2枚の平板が作る電場とみなせる．平板間の電場はガウスの法則から，

$$\boldsymbol{E}_{\rm pol} \sim -\frac{\boldsymbol{\mathcal{P}}}{\varepsilon_0} \tag{21}$$

である．式(20，21)を次の形でまとめてみよう．

$$\boldsymbol{E}_{\rm pol} = -L\frac{\boldsymbol{\mathcal{P}}}{\varepsilon_0}. \tag{22}$$

ここでLは電場に沿って円柱がどれだけ伸長しているかを反映して決まる無次元係数である．Lはダストの形状を特徴づける量といっても良いだろう．$a \ll b$，$b \ll a$ の場合はそれぞれ $L \sim \frac{1}{2}(a/b)^2$，$L \sim 1$ である．軸比 a/b をゼロから無限大まで連続的に変化させると，係数Lは$0 \le L \le 1$の値を取ることが予想できる．なお，一様球の場合は$L = 1/3$ となる[2]．

誘電体内部の電場$\boldsymbol{E}$ は外場$\boldsymbol{E}_0$ と分極電荷が作る電場$\boldsymbol{E}_{\rm pol}$ の合計なので，式(22，17)より，

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 - L(\epsilon - 1)\boldsymbol{E}. \tag{23}$$

式(23)を$\boldsymbol{E}$について解くと，

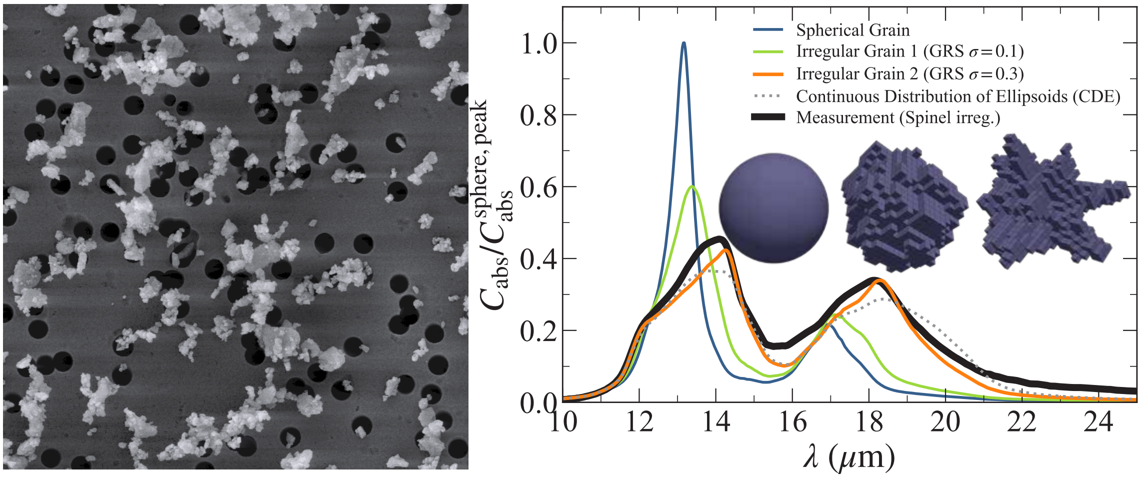


図3: スピネル（$MgAl_2O_4$）ダストのSEM写真（左図．玉内朱美氏提供）とその赤外線吸収スペクトルの測定結果（Database of Aerosol Spectra for Cosmic Dust より）（右図）[7]．SEM写真上の黒いドットの直径が約0.5 μmに相当する．右図には球形ダストモデルと2種類の不規則形状ダストモデルの赤外線スペクトルを示した．これらのモデル粒子は波長に比べて十分小さく，同一の粒子体積・比誘電率を持つ．点線はContinuous Distribution of Ellipsoids(CDE) と呼ばれる解析的なモデルの結果を表す．モデルの値は球形モデルのピーク値が1になるように規格化した．実験値は非定量測定であるため，ここでは波長11 μmにおけるモデルの平均値で規格化している．なお実験スペクトルは，左図SEM写真にあるように様々な形状の粒子がガスセル中に浮遊している状態で測定されたものであり，1粒子に焦点をあて測定されたものではない．

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{1+L(\epsilon-1)}\boldsymbol{E}_0 \tag{24}$$

を得る．これでダスト内外の電場の関係が求まった．これを式(19)に代入すると

$$C_{\mathrm{abs}} = kV\epsilon_{\mathrm{i}}\frac{1}{|1+L(\epsilon-1)|^2} \tag{25}$$

を得る．式(25)は一様楕円体の吸収断面積の公式として知られるものである[2]．これに$L=1/3$を代入すると小さな一様球の吸収断面積の公式も得られる．

分極電荷が作る電場が外場に比べて無視できる場合($L|\epsilon-1|\ll 1$)，式(25)より

$$C_{\mathrm{abs}} \sim kV\epsilon_{\mathrm{i}}. \tag{26}$$

この場合，吸収断面積は比誘電率の虚部，波数，体積から決まり，ダスト形状の効果（Lの依存性）は無視できる．一方で，分極電荷が作る電場が無視できず($L|\epsilon-1|\gg 1$)，かつ，$\epsilon_{\mathrm{i}}\ll\epsilon_{\mathrm{r}}-1$ の場合は

$$C_{\mathrm{abs}} \sim kVL^{-2}\frac{\epsilon_{\mathrm{i}}}{\epsilon_{\mathrm{r}}^2} \propto L^{-2}\frac{m_{\mathrm{i}}}{m_{\mathrm{r}}^3}. \tag{27}$$

ここで式(12，13)を用いた．ここから吸収断面積は屈折率の実部の3乗に反比例することがわかる．つまりm_{r}が大きいほど吸収は小さくなる．たとえば，理想的な導体は$m_{\mathrm{r}}\to\infty$, $m_{\mathrm{i}}\to\infty$の屈折率を持つ．このとき，$m_{\mathrm{i}}\to\infty$から無限に大きな吸収が起こるように思われるかもしれない．しかし，実際には分極電荷が外場を遮蔽する効果($\propto m_{\mathrm{r}}^{-3}$)の方が強く，吸収断面積はゼロになる．これは導体内部に電場は存在しないというよく知られた性質を反映している．また，L^{-2} の依存性によってダストが電場に沿って細長くなるほど吸収断面積が増大する．たとえば，扁平ダストの長軸と短軸では長軸に沿って電場が印加された方が吸収断面積は大きい．天文学では磁場に整列したダストの偏光観測から磁場構造を測定する手法があるが，これは扁平ダストの長軸・短軸方向の吸収断面積の差を利用したものである．

3.3 ダストの赤外線フィーチャー

惑星科学的な応用として，スピネル($MgAl_2O_4$)の非球形ダストの赤外線吸収スペクトルの実験結果について考察してみよう．図3にスピネルダストの赤外線吸収スペクトルの測定結果[7] を示した．併せて球形ダストモデル（式25に$L=1/3$を代入したもの）の

結果も示した．球形モデルと測定値を比べると，吸収ピーク強度・位置・幅のいずれも顕著な違いがあることがわかる．なぜこのような違いが生じるのだろうか．これはダストの形状効果から説明できる[8]．図4にスピネルの比誘電率[9]と式(25)から求めた吸収スペクトルを示した．図4から明らかなように，吸収ピーク位置は比誘電率の虚部$\epsilon_{\rm i}$のピーク位置と一致せず，Lの値に依存する．これは吸収ピークが式(25)の分母がゼロに近づくとき，つまり

$$\epsilon_{\rm r} \sim 1 - \frac{1}{L} \tag{28}$$

を満たす波長で生じているためである[6]．係数Lは1以下なので，この条件は$\epsilon_{\rm r} \leq 0$で満たされる可能性がある．このとき吸収断面積は

$$C_{\rm abs}|_{\epsilon_{\rm r}=1-1/L} = kVL^{-2}\epsilon_{\rm i}^{-1} \tag{29}$$

となり，比誘電率の虚部の値が小さいほど(！)より大きな吸収が起こる．このようにダストの形状を表す係数Lは共鳴波長や共鳴の強さに影響し，赤外線の吸収スペクトルフィーチャーの形成において重要な役割を担う．

では，具体的なLの値について考えてみよう．既に述べた通り，球形ダストの場合は$L=1/3$である．三軸不等の楕円体ダストの場合は，3つの主軸に対応して3つのLの値を持つ．では不規則形状ダストの場合はどうなるだろうか．実は，任意の形状・任意の向きを持つ十分小さなダストの吸収断面積は，回転楕円体の吸収断面積の重ね合わせ(つまり様々なLの値の重ね合わせ)として表現できることが知られている[10]．つまり，不規則形状ダストの吸収断面積をL値の確率分布関数(形状分布関数)$f(L)$を用いて

$$C_{\rm abs}^{\rm irreg} = \int_0^1 f(L)C_{\rm abs}(L)dL \tag{30}$$

のように表すことができる．より具体的に調べるためにGaussian Random Sphere [11] と呼ばれる手法を用いて2種類の不規則形状ダスト(球からのズレが小さいIrregular Grain 1とズレが大きいIrregular Grain 2)を作成し(図3参照)，その形状分布関数を文献[10]の手法から求めたものを図5に示す．さらに式(30)を用いて，これらの吸収スペクトルを図3に示した．不規則形状ダストのモデルは測定された吸収スペクトルの特徴をよく再現していることがわかる．ところで，図5に示したIrregular Grain 2の形状分布関数は$f(L)=2(1-L)$という関数で近似できそうである．このとき，式(30)の積分は解析的に実行でき，この解析解はContinuous Distribution of Ellipsoids (CDE) モデルとして知られている[2]．CDEモデルも測定結果の特徴をよく捉えている(図3)．ただし，図5に示した形状分布関数は多様な形状の可能性のごく一例に過ぎないことを強調しておこう．CDEが任意の非球形粒子に対して普遍的に成り立つ必然性はない．

これにて小さなダストによる電気双極子吸収の議論を終える．ダスト形状を一様球に限定しなかったことで，一様球の議論で見落とされがちな形状効果(L依存性)の性質を垣間見ることができたと思う．形状効果は特に，(a) $|L(\epsilon-1)| \gg 1$ ($L=1/3$であるとすれば$m=\sqrt{\epsilon} \gg 2$)や(b) $\epsilon_{\rm r} \leq 0$の場合に重要になることがわかった．小さなダストの吸収はバルク物質

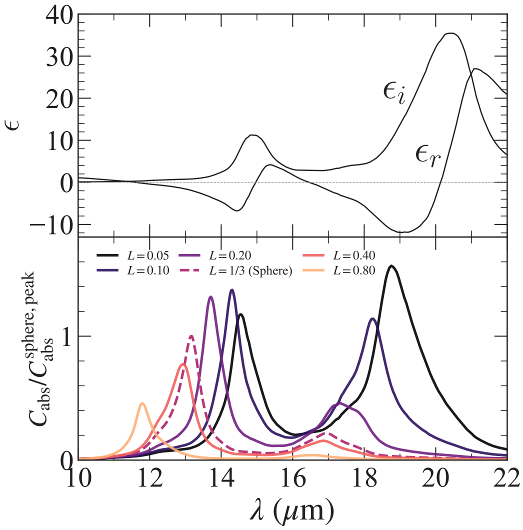


図4: スピネル($MgAl_2O_4$)の赤外線波長における比誘電率(上図)と様々なLの値での吸収スペクトル(下図)．吸収スペクトルは球形ダストモデル($L=1/3$，紫破線)のピーク値が1になるように規格化している．

[6]これは，分極電荷が作る電場によって駆動される固体電子のプラズマ振動と外部電場の振動の間の共鳴とみなすことができる．

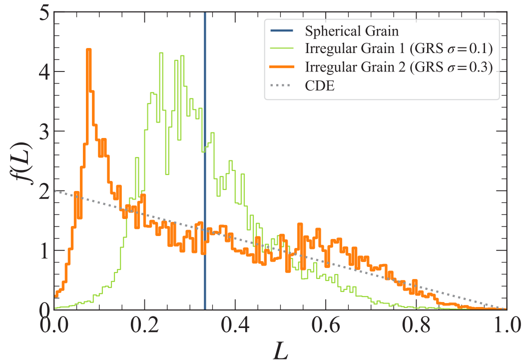
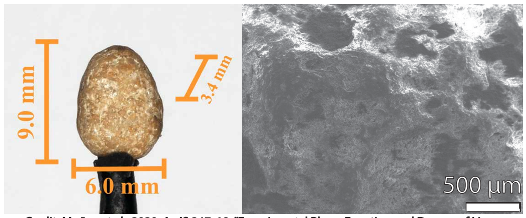


図5: 図3に示した球形ダスト・2種類の不規則形状ダストモデルの形状分布関数．点線はCDEモデル$f(L)=2(1-L)$の形状分布関数[2, 10].



Credit: Muñoz et al., 2020, ApJS 247, 19. "Experimental Phase Function and Degree of Linear Polarization Curves of Millimeter-sized Cosmic Dust Analogs". DOI: 10.3847/1538-4365/ab6851

図6: 大きさ約1 cm弱(体積等価半径~2.8 mm)の天然の小石(MgFeAlSi)(左)とその表面のSEM写真(右)．Granada–Amsterdam light-scattering database [13, 14] を改変.

のそれとは様々な点で本質的に異なっており，これこそ微粒子光物性の物理の醍醐味といえよう．

4. 小石の光反射

第3節で議論した熱放射と並んで重要な観測量が散乱光である．散乱光は惑星科学・天文学のさまざまな場面で登場する．反射星雲・星周円盤・黄道光・彗星の尾・大気中のダスト...etc. 夜空に浮かぶ月の輝きすらも月表面の粒子による散乱光である．このように惑星科学では数々の光散乱現象に出くわすが，その多くで，波長に比べて大きな粒子による光散乱が問題になる．ところが，数値計算の観点から見ると，このような問題はなかなか難しい．波長に対して粒子が大きくなるほど計算は困難になる上[7]，境界条件(粒子形状や表面粗さのモデル)の妥当性といった悩ましい問題も付きまとう．

しかしふと思うと，われわれが日常生活で目にする光散乱現象は，その多くが波長に比べて大きな物体による散乱である．たとえばその辺りに転がっている石ころを見つめると，それによる可視光の散乱を観察できる．つまり，このようなパラメータ領域は数値的には困難だが，実験的には比較的アクセスしやすいといえる．図6は直径1 cm弱の天然の小石(MgFeAlSi)である．文献[14]は可視光の光源(λ = 520 nm)を用いて，この小石による散乱光を測定する実験を行った．では，この小石の光散乱特性の理論モデルを作りたいと思ったときに，小石を滑らかな一様球で近似しても構わないだろうか？問題があるとすればそれは何か．これを見積もってみようというのが本節のテーマである．

具体的な見積もりに進む前に議論の仮定を述べておこう．ここでは粒径が波長に比べて十分大きく，$x \gg 1, x|m-1| \gg 1$ を満たす場合を考える．つまり，小さな粒子を扱った前節とは全く逆の極限に対応する(表1)．こうした粒子の光学現象は幾何光学近似を用いて調べることができる．さらに本節では，吸収が十分大きい($a \gg \alpha^{-1}$. ここで$\alpha = 4\pi m_{\rm i}/\lambda$ は物質の吸収係数)場合に対象を絞ることにする．このとき，透過光や粒子内部で生じる反射光は吸収によって速やかに減衰し，散乱の寄与として粒子表面での反射と回折を考えればよい．図6に示した小石の吸収係数の逆数は$\alpha^{-1} \sim 2\,\mu$m であり，これらの条件を満たしている．

4.1 滑らかな球形粒子による光散乱

最も簡単なケースとして滑らかな表面を持つ球形粒子による反射・回折から始めよう．準備として散乱の角度依存性を表現する諸量を導入しよう．エネルギーフラックス$F_{\rm inc}$を持つ平面波が粒子に入射し，単位時間にdPのエネルギーが立体角$d\Omega$に散乱されたとしよう(図7)．このときdPは$d\Omega$，$F_{\rm inc}$に比例する

[7]マクスウェル方程式を正確に解く数値計算法を用いて，波長と同程度のsubstructureを持つ粒子の光散乱を解く場合，サイズパラメータ~150–300が現状の限界である[12]．これは可視光(λ = 520 nm)で換算すると粒径~12.4–24.8 μmに相当する．

ので，dP を

$$dP = \frac{dC_{\rm sca}}{d\Omega} d\Omega F_{\rm inc} \tag{31}$$

と表そう．比例係数に相当する部分$dC_{\rm sca}/d\Omega$ は単位立体角当たりの面積の次元を持っており，微分散乱断面積と呼ばれる．微分散乱断面積を全ての散乱方向について立体角積分した量は散乱断面積と呼ばれる．散乱断面積は，散乱体の中心の周囲のどの範囲に入射光が入れば，適当な別の方向に散乱されて出ていくかを表す目安を与える．この意味で，散乱断面積は，入射光の立場から見た散乱体の実質的な大きさだと解釈することができる．さらに，微分散乱断面積に波数の二乗をかけて面積の次元を無次元化した次の量

$$S_{11}(\theta) = k^2 \frac{dC_{\rm sca}}{d\Omega}. \tag{32}$$

が散乱強度の角度依存性を表す量として光散乱業界でよく利用される[8]．以降，S_{11}を散乱強度（角度）分布と呼ぶ．仮に散乱が等方的であり，粒子の散乱断面積が幾何断面積程度であれば，$dC_{\rm sca}/d\Omega \sim \pi a^2/(4\pi)$ より，$S_{11} \sim x^2/4$となる．

滑らかな表面を持つ球の散乱強度分布を求めてみよう．滑らかな表面による反射は鏡面反射になり，ある方向に散乱される光は，ある特定のインパクトパラメータ（あるいは特定の入射角i）を持って粒子に入射した光線に限定される（図7）．入射角の幅$[i, i+di]$に対応する球表面の微小面積要素$dA_{\rm s}$に単位時間当たりに流入するエネルギーは$F_{\rm inc} dA_{\rm s} \cos i$である．反射率は，球が波長に比べて十分大きければ，平滑な面による反射（フレネル反射）から求めれば良いだろう．そこで入射角i のフレネル反射の反射率を$R(i)$とすると，単位時間当たりに$dA_{\rm s}$ によって反射されるエネルギーdP は

$$dP = F_{\rm inc} R(i) dA_{\rm s} \cos i, \tag{33}$$
$$= F_{\rm inc} R(i) a^2 \sin i \cos i di d\varphi. \tag{34}$$

ここで $dA_{\rm s} = a^2 \sin i di d\varphi$ を用いた．入射角の幅 $[i, i+di]$ に対応する反射光が占める立体角は $d\Omega \simeq \sin(2i) d(2i) d\varphi$ である（図7）．ここで観測者は球から十分離れているものとした．よって，単位時間・単位立体角当たりの反射光のエネルギー$dP/d\Omega$ は

$$\frac{dP}{d\Omega} \simeq \frac{a^2}{4} R(i) F_{\rm inc}. \tag{35}$$

ここからフレネル反射の散乱強度分布$S_{11}^{\rm F}$ は

$$S_{11}^{\rm F}(\theta) = \frac{x^2}{4} R\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right). \tag{36}$$

ここで入射角と散乱角の関係 $i = (\pi-\theta)/2$ を用いた．球表面では反射光だけでなく，回折光も生じる．天下り的ではあるが，球形粒子の回折光の散乱強度分布は

$$S_{11}^{\rm D}(\theta) = \frac{x^2}{4} \left[2x \frac{J_1(x\theta)}{x\theta}\right]^2, \tag{37}$$
$$\simeq \frac{x^2}{4} \frac{x^2}{1+0.470(x\theta)^3} \tag{38}$$

と書ける[15]．ここでJ_1 は1次のベッセル関数であり，式(38)は経験的な近似関数である．以上より，大きな粒径および吸収をもつ球形粒子による散乱は

$$S_{11}^{\rm Mie} \simeq S_{11}^{\rm D} + S_{11}^{\rm F} \tag{39}$$

から見積もられる[3]．たとえば，ミー理論を用いて本節が想定するような大きな球形ダストの散乱を計算すると，その散乱強度分布は式(39)でよく近似できる．

式(39)と本節冒頭で紹介した小石の散乱光の測定結果を比較してみよう（図9）．測定結果を見ると，散乱角が大きくなるにつれて徐々に散乱強度が増加していく「後方散乱の立ち上がり」と呼ばれる傾向がみて取れる[16]．一方で，滑らかな表面を持つ球形ダストによる散乱（式39）には後方散乱の立ち上がりは現れない．まず，式(38)より回折の成分はθ の単調減少関数である（図9：点線）．そしてフレネル反射もθ が大きくなるほど暗くなる（図9：一点破線）．この傾向は次の考察からも理解できる．後方$(\theta=\pi)$・前方$(\theta=0)$方向に反射される光の強度比を求めると，

$$\frac{S_{11}^{\rm F}(\theta=\pi)}{S_{11}^{\rm F}(\theta=0)} = \frac{R(i=0)}{R(i=\pi/2)} = R(i=0) \le 1. \tag{40}$$

[8]添え字「11」は，S_{11}が散乱行列（scattering matrix）の(1,1)成分に位置することに由来する[2].

ここで，粒子表面の反射面に平行に光が入射する時（$i=\pi/2$：図8），粒子内部に侵入する光は存在しないので反射率 $R(i=\pi/2)=1$ であることを用いた．反射率の定義から式(40)の最右辺は常に1以下である．つまり，後方散乱が前方散乱より明るくなることはない．

以上より，滑らかな面を持つ球による反射・回折では後方散乱の立ち上がりを説明できないことがわかった．では，後方散乱の立ち上がりはどのように起こるのか．それを次で明らかにしていく．

4.2 粗い球形粒子による光散乱

ここまでの議論の最大の仮定の一つは粒子表面が理想的に滑らかであり，その結果として鏡面反射が起こっている点にある（図8）．しかし，図6のSEM写真からもわかるように，実際の小石の表面は滑らかではない．滑らかでない面に光が入射すると，反射光は鏡面反射のようにある特定の方向に進むのではなく，いろいろな方向に散らばる拡散反射が起こる（図8）．反射光の明るさが反射面を見込む角度に依存しない場合を特にランバート反射と呼ぶ[9]．それでは球形粒子の表面が“粗く”，反射がランバート反射で記述できる場合の散乱強度分布について考えてみよう．

まずランバート面で反射された光の放射輝度 I（単位時間に単位面積から単位立体角に放射されるエネルギー）は

$$I \equiv \frac{dP}{dA d\Omega} = C \tag{41}$$

である．ランバート反射の定義から C は定数である．面積要素 dA は各反射光線の進行方向に対して垂直な向きであることに注意する（図8）．入射したエネルギーが全て反射されるとすると，エネルギー保存から $C = F_{\rm inc}\cos i/\pi$ となる[15]．反射角 e を用いて（図8），式(41)を反射面（粒子表面）に沿った面積要素 $dA_{\rm s} = dA/\cos e$ 当たりに変換すると

$$\frac{dP}{dA_{\rm s} d\Omega} = \frac{F_{\rm inc}}{\pi}\cos i \cos e. \tag{42}$$

球形粒子表面の微小面積要素が式(42)に従って光

[9]ランバート反射は，太陽系内の天体の反射率を表す際によく用いられる幾何アルベドの定義でも登場する重要な概念である[15].

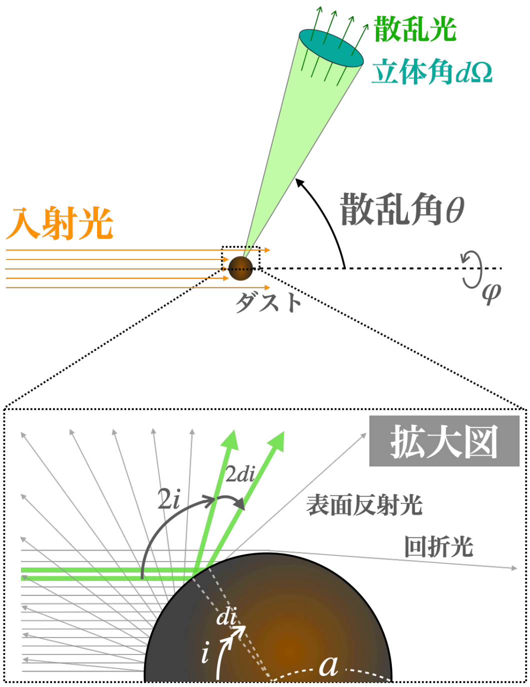


図7：滑らかな表面を持ち，大きな吸収を持つ球形粒子による散乱の概念図（上）とその拡大図（下）．この場合，散乱はフレネル反射と回折から決まる．

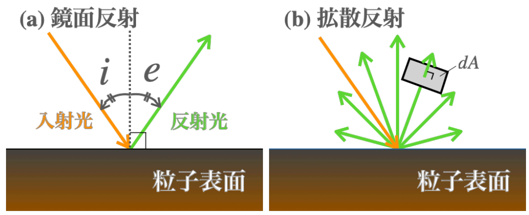


図8：鏡面反射(a)と拡散反射(b)の模式図．鏡面反射の場合，入射角 i と反射角 e は等しい．拡散反射の場合，$e \neq i$ となる反射角でも反射光が観測される．

を反射すると仮定すると，球形粒子の表面輝度分布として図9（上）を得る．月の満ち欠け，もとい小石の満ち欠けの様子が見て取れる．このとき，後方散乱に向かうほど散乱光が明るくなるのは定かである．式(42)を $A_{\rm s}$ について積分[10]すれば $dP/d\Omega$ が求まり，ここから S_{11} が計算できる．積分は解析的に実行でき[15]，球形粒子による拡散反射の散乱強度分布

$$S_{11}^{\rm L}(\theta) = \frac{x^2}{4}\frac{8}{3\pi}\left[\sin(\pi-\theta) + \theta\cos(\pi-\theta)\right] \tag{43}$$

[10]積分は球の日向になっている領域で行う.

を得る．

現実的な反射では，鏡面反射と拡散反射がある割合で同時に生じるだろう．そこで少々荒っぽいが，次のようにランバート反射と鏡面反射を適当な重み$f_{\rm L}$で足し合わせた次のようなモデルを考えてみる．

$$S_{11} \sim S_{11}^{\rm D} + (1 - f_{\rm L})S_{11}^{\rm F} + f_{\rm L}S_{11}^{\rm L}. \tag{44}$$

式(44)を図9に示した[11]．図9をみると，後方散乱に向かって回折やフレネル反射の成分は減少する一方で，拡散反射の成分が卓越する様子が見て取れる．また，拡散反射モデルは測定された後方散乱の立ち上がりをよく再現している．以上の結果から，後方散乱の立ち上がりには粒子表面の拡散反射的な振る舞いが深く関係していると考えられる．もし月が滑らかな表面を持つ球体であったなら，月の満ち欠けのような現象は拝めなかっただろう．

これにて小石による光反射の議論を終える．本稿ではランバート反射という拡散反射の詳細に立ち入らないモデルを用いたが，その適用範囲や妥当性を検討するには反射の微物理を掘り下げていくことが重要である．太陽系内天体の観測分野では，物体表面での拡散反射を輻射輸送論の観点から近似的に扱うHapkeモデルがよく知られている[15]．

5. アグリゲイトによる干渉性散乱

最後に，大きなダストによる散乱が波動光学的な性質によって決まるケースを紹介しよう(表1)．このようなケースが惑星科学における応用上とくに重要になるのは，フラクタルアグリゲイトの光学特性である．まずアグリゲイトとは，図10bのように微粒子(モノマー)が集まって出来た集合体のことである．特に，アグリゲイトの質量Mと半径aに$M \propto a^{D_{\rm f}}$の関係があるものをフラクタルアグリゲイトと呼ぶ．ここで$D_{\rm f}$はフラクタル次元と呼ばれ，アグリゲイトの構造を特徴づける量である．たとえば一様球は$D_{\rm f} = 3$，直線鎖のアグリゲイトは$D_{\rm f} = 1$といった具合である．

[11]測定結果にみられる前方散乱のピークは理論的な回折光の予想に比べて幅が広い．測定サンプル粒子の表面に付着した微粒子の影響が議論されているが[17]，その正確な起源はよくわかっていない．

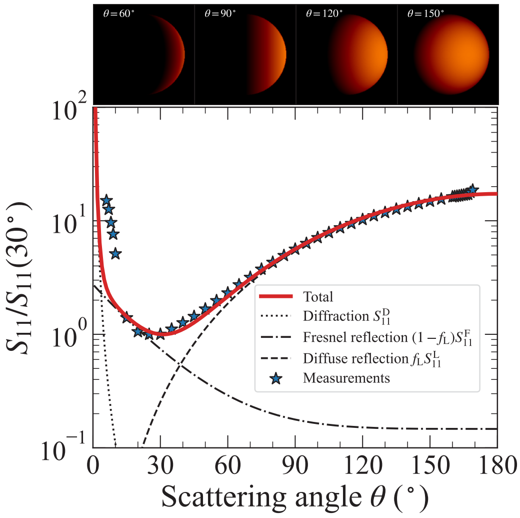


図9:(上図)ランバート反射モデルに基づく球形粒子の満ち欠けの様子．(下図)図6に示した小石の可視光散乱角度分布の測定値[13, 14]($\theta = 30^\circ$で規格化)と我々の見積もりモデル(式44: 粒径2.8 mm，波長520 nm，$f_{\rm L}$= 0.7, m = 1.6 + 0.02i)の結果(点線，破線，一点破線はそれぞれ回折，拡散反射，フレネル反射の成分を表す)．小石の測定値は，小石の向きを入射光に対して様々に傾けて平均をとったものである．

フラクタルアグリゲイトはダストの合体成長によって自然に形成され，分子雲コア・原始惑星系円盤，惑星・衛星大気をはじめとする様々な環境に存在すると考えられている．また，アグリゲイトの光散乱問題は彗星塵の散乱光モデリングの文脈でも長年にわたって詳しく調べられてきており[18]，ロゼッタ探査機による67P彗星でのフラクタルアグリゲイトの発見[19]も記憶に新しい．この一見複雑な形を持つアグリゲイトによる光散乱を見積もってみようというのが本節のテーマである．

見積もりに入る前にいくつかの仮定を述べておこう．ここではサイズが大きく($x \gg 1$)，$D_{\rm f} \lesssim 2$ となるアグリゲイトを考える．これは，視線方向にモノマーがほとんど重ならないような「スカスカ」な構造をもつ場合を考えるという意味である(図12も参照)．このとき，アグリゲイト内外を通過した平面波の間に生じる位相ズレ$\Delta\phi$は，個々のモノマーが生む位相ズレと同じオーダー，つまり

$$\Delta\phi \sim x_0|m-1| \tag{45}$$

程度であろう．ここでx_0はモノマーのサイズパラメー

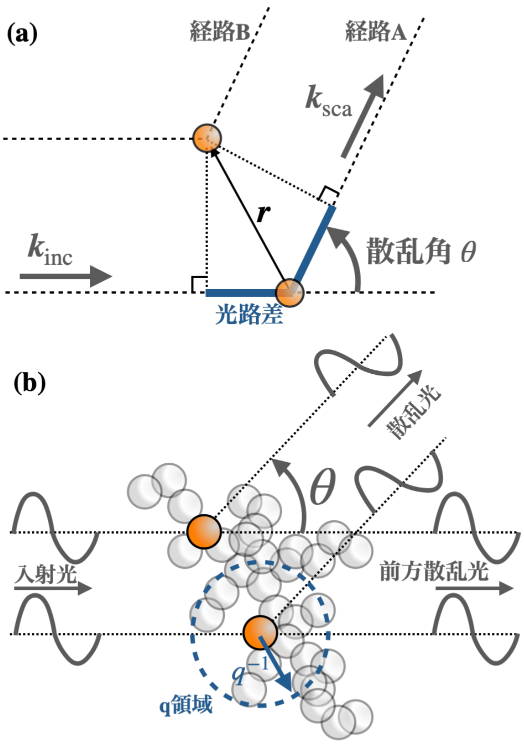


図10: (a) 2 点で散乱された光の干渉．(b) アグリゲイト内のモノマーペアから生じる散乱波の干渉の概念図．

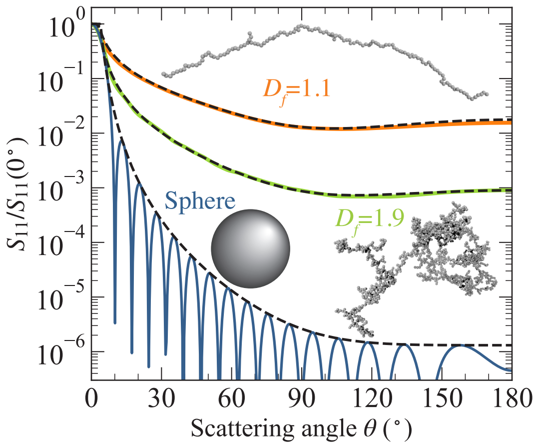


図11: 半径約6.64 μmの2種類(D_f = 1.1, D_f = 1.9)のランダムな向きを持つフラクタルアグリゲイトによる光散乱の数値解[23](モノマー半径0.1 μm，波長 λ = 1.63 μm)とアグリゲイトと同じ大きさを持つ一様球の解(Rayleigh-Gans近似)の結果を示した．破線は式(55, 56, 57)による見積もりの結果を示す．

タであり，$x_0|m-1|$ はモノマーが生む位相ズレである．モノマーの位相ズレが $x_0|m-1| \ll 1$ である限り，アグリゲイト全体による位相ズレも無視できる[20]．さらにこのとき，モノマー間の電磁場の相互作用も近似的に無視できることが知られている[20, 21]．

以上の性質を満たすフラクタルアグリゲイトに光が入射すると，各モノマーを中心として散乱波(球面波)が広がり，それらが互いに干渉して強め合ったり・弱め合ったりすることで最終的な散乱波が形成される(図10)．このようなアグリゲイトからの散乱光は，モノマー集団の空間的配置が織り成す光の干渉模様といえるだろう．以下では「光の干渉」をキーワードにして，アグリゲイトからの散乱を見積もってみよう．

5.1 干渉性散乱と非干渉性散乱

最も簡単なケースである2つのモノマーから生じる散乱波の干渉を考えてみよう(図10a)．2つのモノマーの相対位置ベクトルを$\boldsymbol{r}$，入射光，散乱光の波数ベクトルをそれぞれ$\boldsymbol{k}_{\rm inc}$，$\boldsymbol{k}_{\rm sca}$とする．経路A，Bには光路差があるので，それぞれを通ってきた光には位相差

$$\Delta\phi = (\boldsymbol{k}_{\rm sca} - \boldsymbol{k}_{\rm inc})\cdot\boldsymbol{r} \equiv \boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r} \tag{46}$$

が生じる．ここで $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{k}_{\rm sca} - \boldsymbol{k}_{\rm inc}$を散乱波数ベクトルと呼ぶ．$\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r} \lesssim 1$ の場合，二つの散乱波がほぼ同位相で合成される干渉性散乱が起こる．逆に$\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r} \gtrsim 1$ の場合，位相が一致しない非干渉性散乱が起こる．散乱角をθとすれば，$q = |\boldsymbol{q}| = 2k\sin(\theta/2)$ であるので，(大雑把には)あるモノマーから見て距離q^{-1}以内に他方のモノマーがあれば干渉性散乱が起こるといえる．

では，N 個のモノマーからなるアグリゲイトによる光の干渉について考えてみよう(図10b)．この場合，各モノマーから見て距離q^{-1}の範囲に何個のモノマーが存在するかを見積もれば良い．ここで，あるモノマーを中心とした半径q^{-1}の仮想的な球形領域をq領域と呼ぶことにしよう．もしq領域がアグリゲイトよりも大きければ($a < q^{-1}$)，全てのモノマーからの散乱場が同位相で合成される．このとき合成電場の大きさはモノマー数Nに比例し，散乱光強度はN^2に比例する．したがって，アグリゲイトの散乱強度分布(定義は式32参照)は

$$S_{11}(\theta) \sim N^2 S_{11,\rm mono}(\theta) \tag{47}$$

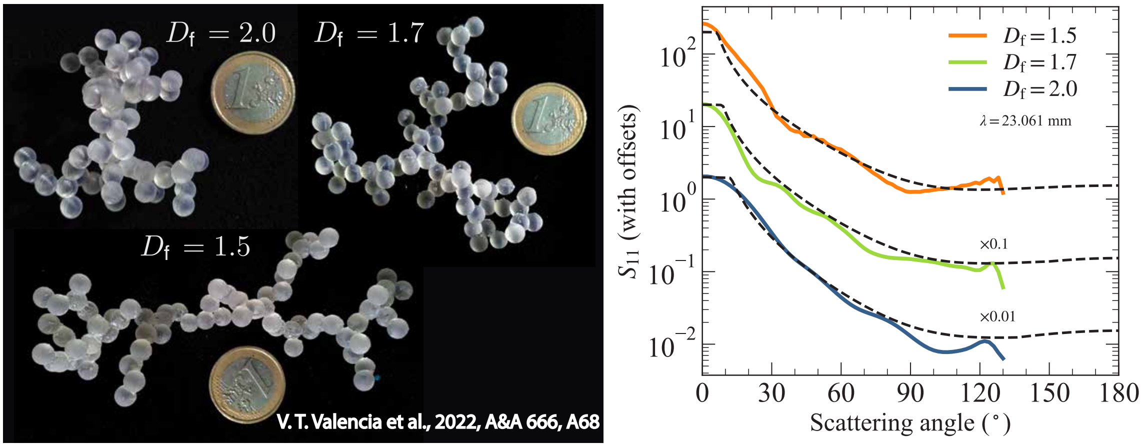


図12:3Dプリンタによって作成された74個のモノマーからなるアグリゲイト（左）と散乱強度分布（S_{11}）の測定結果[24]．右図は入射波長約2.3 cmにおける結果であり，アグリゲイトの散乱強度分布は，アグリゲイトの向きを入射光に対して様々に傾けて平均をとった結果である．波長2.3 cmという値は1ユーロ硬貨の直径（約2.3 cm）とおよそ等しい．写真中の硬貨の大きさから，各モノマーは波長より小さく，アグリゲイトは波長より大きいことがわかる．図中の破線は式(55, 56)による見積もりの結果である．なお，ここで$S_{11,\mathrm{mono}}$はミー理論から求めた．

と見積もれる．ここで $S_{11,\mathrm{mono}}$ は各モノマーの散乱強度分布である．逆に，q 領域がモノマー半径よりも小さければ($q^{-1}<a_0$)，全てのモノマーからの散乱は非干渉性散乱になる．このとき電場はランダムな位相を持って合成されるので，合成電場の大きさは $\sqrt{N}$・散乱光強度は N に比例する．したがって，

$$S_{11}(\theta) \sim N S_{11,\mathrm{mono}}(\theta) \tag{48}$$

である．

この2つの場合の中間の場合 ($a_0<q^{-1}<a$) はどうなるだろうか．フラクタルアグリゲイトにはモノマー数 N と半径 a の間に次の関係がある．

$$N \sim \left(\frac{a}{a_0}\right)^{D_\mathrm{f}}. \tag{49}$$

フラクタルアグリゲイトは自己相似的な構造を持つので，あるモノマーを中心とする半径 r の球形領域に含まれる粒子数 $N(r)$ は，式(49)より $N(r)\sim(r/a_0)^{D_\mathrm{f}}$ のように見積もることができる．つまり q 領域に含まれるモノマー数 N_q は

$$N_q \sim \left(\frac{q^{-1}}{a_0}\right)^{D_\mathrm{f}} \sim N\left(\frac{q^{-1}}{a}\right)^{D_\mathrm{f}}. \tag{50}$$

では q 領域の数 n_q はどの程度だろうか．今度は式(49)において，a を固定して q^{-1} を実効的なモノマー半径とみなすことで，n_q を

$$n_q \sim \left(\frac{a}{q^{-1}}\right)^{D_\mathrm{f}} \tag{51}$$

のように見積もることができる．したがって，アグリゲイトの散乱強度は各 q 領域からの干渉性散乱による寄与 ($\propto N_q^2$) が非干渉性散乱によって独立に n_q 個重ね合わさるので，

$$S_{11} \sim N_q^2 n_q S_{11,\mathrm{mono}}, \tag{52}$$
$$\sim N^2 (qa)^{-D_\mathrm{f}} S_{11,\mathrm{mono}}. \tag{53}$$

以上の結果をまとめると，

$$S_{11} \sim S_{11,\mathrm{mono}} \begin{cases} N^2 & (a \lesssim q^{-1}), \\ N^2 (qa)^{-D_\mathrm{f}} & (a_0 \lesssim q^{-1} \lesssim a), \\ N & (q^{-1} \lesssim a_0) \end{cases} \tag{54}$$

と見積もることができる[22]．さらにこれを次のような形に集約しよう．

$$S_{11}(\theta) \sim N^2 S_{11,\mathrm{mono}}(\theta)\mathcal{S}(q), \tag{55}$$
$$\mathcal{S}(q) \sim \min\left[1, \max\left[1/N, (qa)^{-D_\mathrm{f}}\right]\right]. \tag{56}$$

この $\mathcal{S}(q)$ を構造因子と呼ぶ．q が散乱角に依存することに注意すると，式(55,56)はアグリゲイトの散乱強度とその角度依存性を与える式になっている．

5.2　見積もりvs. 数値計算・室内実験

図11にフラクタルアグリゲイトによる光散乱の数値計算結果[23]を示した．また比較のためアグリゲイトと同じ半径を持ち，かつ，$x|m-1| \ll 1$ となる一様球による散乱解(Rayleigh–Gans 解[2])も示した．さきほどの見積もりの結果とこれらの数値解を比較してみよう．モノマーが十分小さければレイリー散乱の公式から

$$S_{11,\mathrm{mono}}(\theta) \propto \frac{1}{2}(1+\cos^2\theta) \tag{57}$$

と書け，式(55, 56, 57)から図11の破線を得る．見積もりの結果は数値計算から得られたアグリゲイト構造依存性をよく再現していることがわかる．たとえば式(56) より$\mathcal{S}(q) \propto q^{-D_\mathrm{f}} \propto [\sin(\theta/2)]^{-D_\mathrm{f}}$ であるので，フラクタル次元が大きいほど散乱角度分布は急峻になる．また一様球に対しては，式(53)の冪乗関係は$\mathcal{S}(q) \propto (qa)^{-4}$になることが知られている[12]．これを用いると一様球の結果についても同様に見積もることができる．一様球の散乱角度依存性はアグリゲイトよりもさらに急峻になる（図11）

近年，フランスの研究グループによってフラクタルアグリゲイトの散乱強度を定量的に測定するマイクロ波実験が行われている[24]．マイクロ波散乱実験は古くからある方法の一つで[25]，粒子と波長の比，および屈折率を同じに保っていれば，同じ散乱現象が起こるという考えに基づく．すなわち屈折率が同じであれば，1　μmの粒子による波長1　μmでの散乱と，1 cmの粒子による波長1 cmでの散乱は同じであるとみなすことができる．粒子を大きく作製できる分，その形状の制御は比較的容易になる．文献[24] は，3Dプリンタを用いてアグリゲイトを“印刷”し（図12左），そのアグリゲイトが作る散乱電場を定量的に測定した結果を報告している．図12右は波長約2.3 cmでのS_{11}の測定結果である．この図に先ほどの見積もりの結果を重ねてみると，散乱の角度依存性だけでなく，その絶対値についても悪くない推定を与えていることがわかる．一見複雑な実験結果も以上のような見積もりから理解することができる．

これにてアグリゲイトの干渉性散乱に関する見積もりを終える．本節では$D_\mathrm{f} \lesssim 2$となる場合を考えたが，現実には$D_\mathrm{f} \gtrsim 2$となる詰まった構造のアグリゲイトも存在し，この場合は一般にモノマー間の電磁場の相互作用が重要になるため物理は一層複雑となる．こうしたアグリゲイトの光散乱過程の解明は光学特性分野の大きな課題の一つとなっている．

[12]一様球は$D_\mathrm{f}=3$であるにも関わらず，構造因子の冪指数が-3ではなく-4になるのは表面積のスケーリングが関係している．$D_\mathrm{f}=3$ の場合，アグリゲイトの表面積は$\propto N \propto a^3$ であるのに対し，一様球は$\propto a^2$ である．この違いが構造因子のべき指数の違いに現れている[22].

6. おわりに

本稿ではダストの光学特性の概念整理を行いつつ，シンプルな見積もりによって非球形ダストの光学特性の室内実験や数値計算の結果が理解できることを紹介した．学会誌としては少々重厚な内容になってしまったが，若い学生から光学特性に馴染みのある方まで，幅広い層に楽しんでいただける記事になったと自負している．本稿で述べた視点がダスト光学特性を考察する手助けになれば幸いである．

謝辞

執筆の機会を与えてくださった瀧哲朗氏，そして初稿において不明瞭だった数々の点をご指摘いただいた査読者の武藤恭之氏に厚くお礼申し上げます．また，実験データを快く提供していただいた玉内朱美氏，Vanesa Tobon Valencia 氏，Olga Muñoz 氏にも深く感謝いたします．そして執筆にあたって有益な助言・議論をいただいた玉内氏，François Ménard 氏，Julien Milli氏にお礼申し上げます．筆者はthe European ResearchCouncil (ERC) under the European Union’s Horizon Europeresearch and innovation program (grant agreementNo. 101053020, project Dust2Planets) からの支援に感謝いたします.

参考文献

[1] 瀧哲朗ほか, 2023, 遊星人 32, 244.
[2] Bohren, C. F. and Huffman, D. R., 1983, Absorption and Scattering of Light by Small Particles (New York: Wiley).
[3] van de Hulst, H. C., 1957, Light Scattering by Small Particles (New York: John Wiley & Sons).
[4] Rybicki, G. B. and Lightman, A. P., 1979, Radiative processes in astrophysics (New York: Wiley).
[5] Landau, L. D. and Lifshitz, E. M., 1960, Electrodynamics of continuous media. Course of theoretical physics (Oxford: Pergamon Press).
[6] Kittel, C., 2004, Introduction to Solid State Physics. 8th Edition (New York: John Wiley & Sons).
[7] Tamanai, A. et al., 2009, A&A 501, 251.
[8] Mutschke, H. et al, 2009, A&A 504, 875.
[9] Fabian, D. et al., 2001, A&A 373, 1125.
[10] Min, M. et al., 2006, JQSRT 97, 161.
[11] Muinonen, K. et al., 1996, JQSRT 55, 577.
[12] Penttilä, A. et al., 2021, JQSRT 262, 107524.
[13] Muñoz, O. et al., 2012, JQSRT 113, 565.
[14] Muñoz, O. et al., 2020, ApJS 247, 19.
[15] Hapke, B., 1993, Theory of reflectance and emittance spectroscopy. Topics in Remote Sensing (Cambridge, UK: Cambridge University Press).
[16] 向井正, 向井苑生, 1981, 天文月報 74, 244.
[17] Muñoz, O. et al., 2017, ApJ 846, 85.
[18] Kimura, H. et al., 2006, A&A 449, 1243.
[19] Bentley, M. et al., 2016, Nature 537, 73.
[20] Berry, M. V. and Percival, I. C., 1986, Optica Acta 33, 577.
[21] Tazaki, R. and Tanaka, H., 2018, ApJ 860, 79.
[22] Sorensen, C. M., 2001, Aerosol Science Technology 35, 648.
[23] Tazaki, R. et al., 2023, ApJL 944, L43.
[24] Tobon Valencia, V. et al., 2022, A&A 666, A68.
[25] Mishchenko, M. I. et al., 2000, Light scattering by nonspherical particles : theory, measurements, and applications (San Diego: Academic Press).

著者紹介

田崎 亮

グルノーブル・アルプ大学ポスドク研究員．京都大学大学院理学研究科博士課程修了．博士（理学）．日本学術振興会PD，工学院大学博士研究員，日本学術振興会海外特別研究員，フランス国立宇宙研究センター（CNES）フェローを経て，2024年1月より現職．専門は惑星形成論．