新連載「みつめる，みつもる」その1 ～ガス惑星形成の始まりの瞬間をみつもる～

奥住 聡[1]

2023年10月6日受領，査読を経て2024年1月23日受理

（要旨） 惑星形成の標準理論によると，巨大ガス惑星はある質量を超える固体コアに原始惑星系円盤のガスが降り積もることで形成される．この「臨界コア質量」の導出は惑星形成論の教科書に書かれているが，その直観的な理解は難しい．本稿では，惑星大気にかかる2つの力を大雑把に見積もることで，臨界コア質量の存在を力の釣り合いの破綻の結果として直接的に説明することを目指す．「見積もり」という行いに対する私見も述べる．

1. はじめに

この度，遊星人新連載「みつめる，みつもる」の記事第一弾を書かせていただくことになった．筆者の専門は惑星形成論であり，主に物理を用いた理論研究を行っている．「見積もり」とは物理現象を深く理解する行いであり，そのようなテーマで初回の記事執筆をご指名いただいたことは物理の研究に携わる者として大変光栄である．本稿では，筆者が「見積もり」について日々考えていることを述べさせていただいたのち，筆者のとっておきの見積もりを紹介したい．特に若い学生やポスドクの方のお役に立てば幸いである．

「見積もり」とは何だろうか．この深遠な問いについては連載開始記念座談会[1]で大変示唆に富む議論がなされており，読者にはぜひ記事の一読をお勧めしたい．本稿では，「見積もり」とは四則演算でできるいわゆる「オーダー計算」[1]や，四則演算とまではいかないが簡単な解析モデルのことを指すこととする．座談会でも指摘がなされていることであるが，見積もりの主な目的は

(I) 詳細な計算の前に，既知の理解に基づく予想を明確にしておくこと，

(II) 詳細な計算の後に，その結果をシンプルに理解したり正しさを確認すること，

であろう．詳細な計算の前後を固める，あるいは補う作業であり，決して詳細な計算の下位互換ではない．

せっかく執筆者としてご指名いただいたので，筆者自身が普段どのように見積もりを活用しているかについて述べさせていただく．物理の教科書や論文を読んでいると，長い厳密な計算を経て重要な結果が導かれることがしばしばある．筆者はそのような計算にでくわすと，基礎的な方程式・関係式の徹底的なオーダー計算から同じ結果を導くことができるかどうかを試している．その結果としてまるで別解のような計算が得られることがあり，そのようなときは現象をより深く理解したという自信と喜びを感じる．筆者自身は大規模な数値シミュレーションをするようなタイプの研究者ではないが，他人の論文に載っているシミュレーションの結果を説明するオーダー計算や解析モデルを作るのは大好きであり，それを基にした論文を何本か書いている[2, 3]．

上述の通り，見積もりは物理現象の理解と研究に

1.東京工業大学地球惑星科学系
okuzumi@eps.sci.titech.ac.jp

[1]英語ではorder-of-magnitude estimate という．封筒の裏に走り書きするような計算という意味でback-of-the-envelope calculationとも．

欠かせない作業であるが，それを正しく行うのは難しい．オーダー計算では多くの場合，特徴的な長さスケールや時間スケールを仮定して，さまざまな物理量を長さ・時間スケールで割ったり掛けたりすることで別の物理量の大きさを評価する(これは物理量を微分したり積分したりする作業に相当する)．しかし，特徴的なスケールを取り違えると誤った結果を生む[2]．数値の「桁」を見積もる作業も危険が多く，数係数の2やπを何回か無視していくと最後の数値は1桁くらい誤ることがある[3]．特に先述の(I)の目的で見積もりを行うときにはこのことに注意が必要である．筆者が大学で担当する惑星形成論の講義では，見積もり作業の訓練と現象のより深い理解のために，見積もりをできるだけ取り入れている．レポート課題では，正確な計算と見積もり計算の2通りを試して比べさせるような問題も出している[4]．

さて，冒頭で「見積もりは詳細な計算の下位互換ではない」ということを述べた．しかし，「詳細な計算から知れる以上のことを見積もりから知ることはできるか？」と問われれば，「さすがにそこまでではない」と考える読者は多いだろう．本稿では，惑星形成論の教科書で紹介されている惑星大気の平衡構造に関する理論を具体例に，見積もり計算が詳細な計算を超える瞬間があることをお見せしたい．

2. 巨大ガス惑星の臨界コア質量

太陽系の木星と土星は地球よりも2桁近く大きい質量を持ち，その大部分が水素とヘリウムのガスで構成されているため，巨大ガス惑星と呼ばれる．太陽系外にも巨大ガス惑星に近い大きさの惑星は多く見つかっており(太陽質量星まわりの巨大ガス惑星の存在確率は約10% [4])，その密度は木星・土星と整合的であることから[5]，やはりガス惑星であると考えられる．これらの巨大な惑星は，惑星形成の現場である原始惑星系円盤に溝のような構造をつくり，後続の惑星形成に大きな影響を与える[6]．近年の隕石の同位体分析から，木星は実は太陽系誕生の初期に形成され，原始太陽系円盤は木星のつくる溝によって2つの領域に分けられていたのではないかという仮説が注目を集めている[7]．このように，巨大ガス惑星がどのような条件で形成されるのかを理解することは，惑星形成全体の理解にもつながる重要な課題である[8]．

巨大ガス惑星形成の代表的なモデルであるコア集積モデル[9, 10]によると，原始惑星系円盤の中でガス惑星の核(コア)となる大質量の固体惑星がまず生まれ，さらにそれが円盤のガスを大量に捕獲することで巨大ガス惑星が誕生する．惑星大気の構造計算より，コア質量がある値(臨界コア質量) を超えると惑星大気の自重が圧力で維持されなくなり，円盤ガスの流入による惑星大気の成長が進行するようになると考えられている．臨界コア質量は，巨大ガス惑星とより小さな惑星の作り分けを理解する上で最も基本的な概念の1つである．

3. 臨界コア質量の教科書的説明

惑星形成のよく知られた教科書[11, 12]において臨界コア質量の説明によく用いられるのは，Stevensonによる解析モデル[13]である(図1の右上の概念図を参照)．原始惑星系円盤の中に埋もれた固体惑星(コア)があるとし，その周囲の球対称な大気の平衡構造を計算する．惑星コア表面(大気の底)では微惑星の集積による発熱があるとし，これが惑星大気を支えるガス圧力の勾配を生む．Stevensonのモデルでは簡単のため，コア表面で発生した熱は放射のみによって外へ運ばれるとする(オリジナルのコア集積モデル[9, 10]では対流による熱輸送が考慮されている)．より詳しい仮定については図1をご覧いただきたい．

以上の仮定のもとで解くべき式は，静水圧平衡の式，エネルギーの放射平衡の式，理想気体の状態方

[2]例えば，惑星形成の場である原始惑星系円盤の特徴的な長さスケールには，少なくとも円盤の半径と厚みの2つがある．厚みは半径にくらべてずっと小さい．どちらが考えている現象の特徴的な長さに相当するのかは，その現象に依る．

[3]技術的なコメント：自分の見積もろうとしている物理量が，別の物理量の何乗に比例しているかに気を付けることで，ここで述べている問題はある程度回避できる．筆者は，数値の桁を見積もるときは3やπくらいの量は$10^{0.5}$ (「2回かけると10になるもの」) として残している．「桁」は人類が十進法を採用していることに依存しているので，桁の見積もりは次元解析的な見積もりと性質が異なると思う．

[4]提出物に「計算が一致して感動した」という声が添えられていたこともあった．一度だけだが．

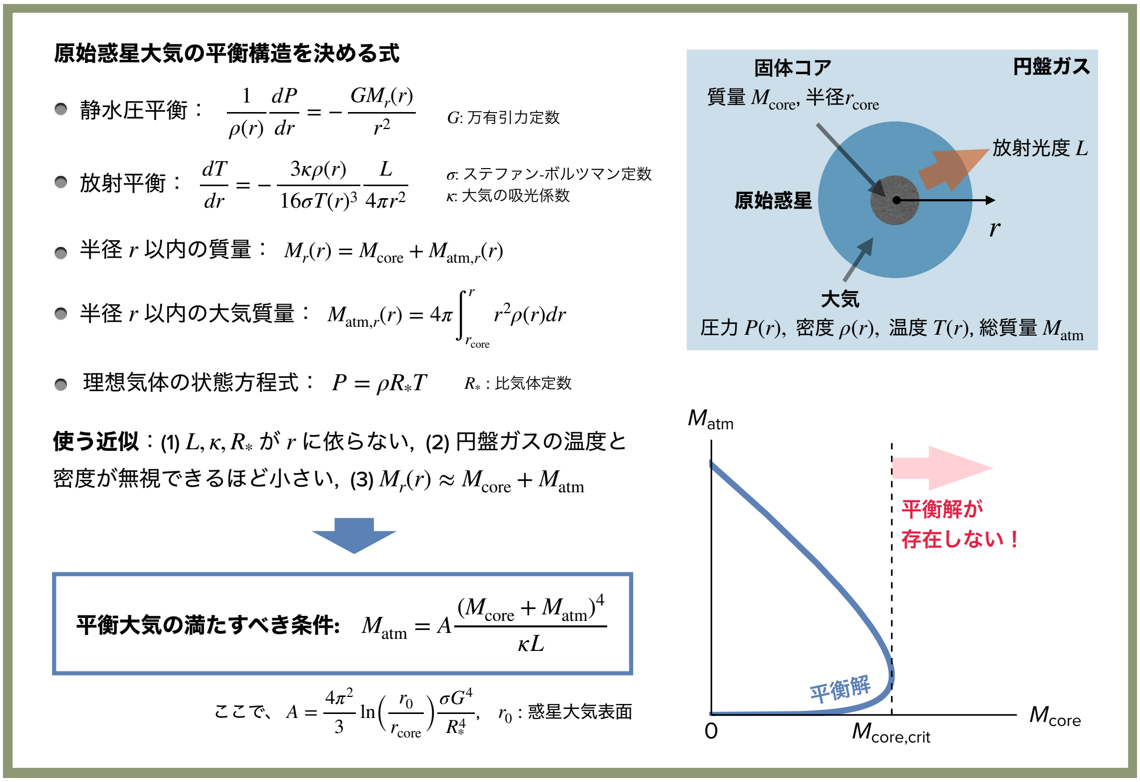

図1: 静的な大気を維持できる惑星のコア質量に上限(臨界コア質量) が存在することを示す比較的簡単なモデル[13]. 静水圧平衡の式, 放射平衡の式, 理想気体の状態方程式を用いる. さらにいくつかの近似・簡単化を用いてそれらの式を解いていくと, 平衡解が満たすべきコア質量$M_{\rm core}$と惑星大気質量$M_{\rm atm}$の関係が導かれる. 右下の図は，惑星の放射光度L が$M_{\rm core}$に依らないとした場合についてこの関係を示したものである(文献[13]のモデルはL を$M_{\rm core}$の関数としている). $M_{\rm core}$がL および大気の不透明度κで決まるある質量$M_{\rm core,crit}$より大きい場合は平衡解が存在しない.

程式などである(図1の左上). 境界条件として，惑星の大気が遠方で円盤ガスに接続することを仮定するが, そこでの圧力や温度は惑星大気内部のそれに比べて十分に低いとする. さらに，静水圧平衡の式の重力に現れる，半径r以内の質量を，惑星の総質量で近似する(この近似が成り立つためには，惑星大気質量が中心集中している必要がある). 素晴らしいことに，以上の近似のもとで解くべき式は解析的に簡単に解くことができる. 結果として, 平衡大気の総質量$M_{\rm atm}$が以下の条件を満たさなければならないことがわかる.

$$M_{\rm atm} = A\frac{(M_{\rm core}+M_{\rm atm})^4}{\kappa L} \quad (1)$$

ここで，Aは定数，$M_{\rm core}$はコアの質量，κは大気の吸光係数(単位ガス質量あたりの吸収断面積)，Lは惑星の光度(単位時間あたりのエネルギー放射量)である(図1の左下). 式に現れる和$M_{\rm core}+M_{\rm atm}$は惑星の総質量である. 式(1) の導出は学部生でも簡単に追えるものなので，読者もいちど試していただきたい.

Lは惑星コアに落ち込む微惑星が解放される重力エネルギーで決まり，$M_{\rm core}$や微惑星の集積率に依存する[13]. が，以下の議論では話をさらに簡単にするために，Lは$M_{\rm core}$に依存しないとしよう(それでも臨界コア質量の存在は示せる).

式(1) は,「コア質量$M_{\rm core}$の惑星が持ちうる平衡大気の質量$M_{\rm atm}$」を決める式と見ることができる[5]. そのように見なして$M_{\rm core}$と$M_{\rm atm}$の関係の概形を表し

たのが図1の右下のグラフである．$M_{\rm core}$がある限界$M_{\rm core,crit}$($A/\kappa L$で決まる)を超えると，$M_{\rm atm}$が実数となる解が存在しない，つまり静的大気が存在しないことがわかる．臨界コア質量$M_{\rm core,crit}$の具体的な数値はκとLに依るが，典型的には数地球質量から数十地球質量の間である[13].

本稿では，コア質量が臨界値を超えた後の惑星大気の成長を詳しく議論しないが，ここで簡単には言及しておこう．$M_{\rm core} > M_{\rm core,crit}$になると，大気にかかる圧力勾配力が惑星から受ける重力を下回り，大気は惑星中心に向かって収縮し始め，円盤ガスが惑星大気に向かって流入するようになる．しかし同時に，ガスが惑星の重力ポテンシャルの中を落下するので，惑星大気内部から熱が発生するようになる．この発熱がコアからの発熱Lに加わると，惑星大気にかかる重力をほぼ打ち消すような大気圧力(勾配力)の維持が可能になる．このように，ガス流入は起こる(つまり完全に静的ではない)が，大気の静水圧平衡はほぼ維持されるような進化を，惑星大気の準静的進化と呼ぶ[14, 15]．本節で示した惑星大気の解析は，この準静的進化の段階を記述しない．

4.「教科書的説明」の難しさ

さて，以上のことが惑星形成の教科書に書いてあるのだが，筆者はこれを読んでも「深く理解できた」という気になれなかった．式(1)のグラフを見ると，コア質量が臨界質量に近づくにつれて，コア質量が少し増えると大気質量が大きく変化するようになるので，そのあたりで何か釣り合いに無理が生じているのだろうと推察できる．しかし，具体的にどのように無理が生じるのかが見えにくいのである．

臨界コア質量の理解が難しいと筆者が感じる理由をもう少し分析してみる．平衡解というのは力や放射の釣り合いで成立するものなので，平衡解の存在条件を表す最終式も「何かと何かの釣り合い」を表すことが一目でわかる式ってあってほしい．しかし，教科書どおりの計算では，式(1) の右辺は惑星大気密度の空間積分($M_{\rm atm}$そのもの)として導かれるので，その左辺と右辺がそれぞれ釣り合うべき力を表しているようには見えない(ところが，6節で明らかにするように，左辺と右辺は実はそれぞれ大気の圧力勾配力と重力に関係していると解釈することができる)．同じ理由により，平衡解が存在しない$M_{\rm core} > M_{\rm core,crit}$のときに，何と何がどのように釣り合えなくなってしまうのかも一目ではわからない．逆に$M_{\rm core} < M_{\rm core,crit}$では1つの与えられた$M_{\rm core}$に対して2つの異なる$M_{\rm atm}$を持つ平衡解が存在するが[6]，これがそれぞれ何を意味しているのかも一目ではわからない．平衡解には一般に安定なものと不安定なものがあるが，どちらに該当するかを調べるためには系をその平衡状態からすこしずらす(摂動を与える)必要がある．が，はじめから平衡状態を仮定して導かれる式だけからこれらの解の安定・不安定を議論することはできない．

5. 別解:力をみつもり，みつめる

というわけで，3節で示したモデルは，大気の静水圧構造を正確に解ける良さがあるものの，静水圧平衡から外れた構造を持つ大気に何が起こるかの理解には向いていない．それでは，正確さを犠牲にして，そのかわり釣り合うべき2つの力を独立に見積もることを試みてみよう．

3節のモデルと同様に，惑星大気中の各点のガスにかかる力は惑星の重力と圧力勾配力の2つだけとする．単位質量あたりのガスにかかる惑星重力と圧力勾配力(外向きを正とする) はそれぞれ以下のように書ける．

$$f_{\text{重力}}(r) = -\frac{GM_r(r)}{r^2} \tag{2}$$

$$f_{\text{圧力}}(r) = -\frac{1}{\rho(r)}\frac{\partial P}{\partial r} \tag{3}$$

[5]ここでは$M_{\rm atm}$を$M_{\rm core}$の関数として見ているが，逆に$M_{\rm core}$を$M_{\rm atm}$あるいは惑星総質量$M_{\rm core}$ $+M_{\rm atm}$の関数として見ることもできる．論文[9, 10] や教科書[11, 12] では，後者の見方がなされている．通常，原始惑星大気の平衡解の数値計算では，$M_{\rm tot}$を与えて平衡解の$M_{\rm core}$を求める．

[6]脚注5で述べたように，ここでは与えられた$M_{\rm core}$に対する平衡解について議論していることに注意されたい．式(1)やそれを示した図1 の右下のグラフからわかるように，与えられた$M_{\rm atm}$(あるいは惑星総質量$M_{\rm core}$ $+M_{\rm atm}$)に対する平衡解は一意に定まる．

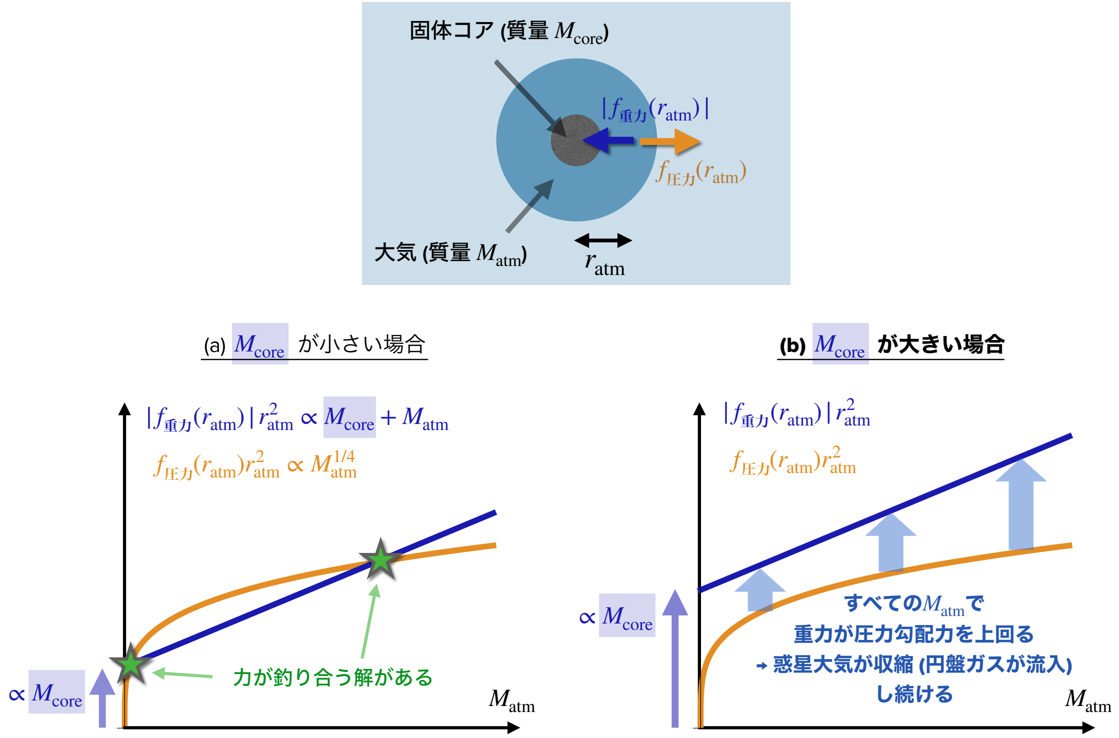

図2: 力の見積もり式を用いた，惑星の平衡大気に関する臨界コア質量の存在の説明．惑星コア質量M_{core} が小さい場合と大きい場合(左図と右図) のそれぞれに対して，重力および圧力勾配力の大きさ$|f_{重力}(r_{atm})|$, $f_{圧力}(r_{atm})$(にr_{atm}^2 をかけたもの)の概形をプロットしている．縦軸の左にある縦の矢印は，コアによる重力の「かさ上げ」の効果を表す．詳しい説明は7 節の本文を参照．

ここで，Gは万有引力定数，rは惑星中心からの距離，$M_r(r)$ は半径r以内の惑星の質量，$\rho(r)$および$P(r)$は惑星大気の密度と圧力である．3節のモデルで用いられた静水圧平衡の式(図1 左上) は，$f_{重力}+f_{圧力}=0$と書ける．

ここからが見積もりの本番である．平衡解から大きく外れるような構造の大気を考えても意味がないので，ある程度の構造は仮定しよう．惑星大気中の質量の大部分(例えば半分くらい) を囲む半径をr_{atm}とし(図2上図)，その場所での$f_{重力}$, $f_{圧力}$を見積もってみよう．ここでは，桁の精度の見積もりが得られるかどうかは気にせず，係数2やπはどんどん無視していくことにしよう．微分と積分はそれぞれ，特徴的な物理量を用いた割り算と掛け算で置き換える．難しいことはしない．

まずは$f_{重力}(r_{atm})$ から見積もろう．r_{atm} の定義により，$r \leq r_{atm}$ には大気質量の大部分が存在するのだから，$f_{重力}(r_{atm})$ の式の右辺の$M_r(r_{atm})$ は大雑把に$\sim M_{core} + M_{atm}$で近似できる．よって，以下の見積もり式が得られる．

$$\boxed{f_{重力}(r_{atm}) \sim -\frac{G(M_{core}+M_{atm})}{r_{atm}^2}} \qquad (4)$$

次は$f_{圧力}(r_{atm})$ である．圧力の減少する長さスケールは$\sim r_{atm}$ なので，$f_{重力}(r_{atm})$ に含まれる圧力勾配dP/drは割り算$\sim -P(r_{atm})/r_{atm}$ で評価できる(符号注意！ 圧力は上方に向かって減少する)．さらに状態方程式も使えば，

$$f_{圧力}(r_{atm}) \sim \frac{P(r_{atm})}{\rho(r_{atm})r_{atm}} = \frac{R_* T(r_{atm})}{r_{atm}} \qquad (5)$$

ここで，R_* は比気体定数(ボルツマン定数を平均分子質量で割ったもの) である．式(5) の最右辺に出てくる温度$T(r_{atm})$ は，放射平衡の式(図(1)) から以下

のように評価できる[7].

$$T(r_{\rm atm}) \sim \left(\frac{\kappa M_{\rm atm}L}{\sigma}\right)^{1/4}\frac{1}{r_{\rm atm}} \qquad (6)$$

ここでσはステファン・ボルツマン定数である．式(6)を(5)に代入して，以下の式が得られる．

$$\boxed{f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm}) \sim \left(\frac{\kappa M_{\rm atm}L}{\sigma}\right)^{1/4}\frac{R_*}{r_{\rm atm}^2}} \qquad (7)$$

というわけで，$f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})$ と$f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})$ はそれぞれ式(4)，(7)で評価できることがわかった．これらの見積もり式からわかる$f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})$ と$f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})$ の3つの特徴を述べておく．

1. $f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})$ と$f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})$ のいずれも$r_{\rm atm}$の2乗に反比例する．したがって，$f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})r^2_{\rm atm}$と$f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})r^2_{\rm atm}$を比べるのが便利である．
2. $|f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})|$は惑星総質量$M_{\rm core}+M_{\rm atm}$の増加関数である．惑星大気質量$M_{\rm atm}$の大小に関わらず，常に惑星コアのつくる重力は存在することに注意しよう．
3. $f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})$ も$M_{\rm atm}$の増加関数である．この依存性は，温度$T(r_{\rm atm})$ の$M_{\rm atm}$依存性から来ている(式(6))．$M_{\rm atm}$が大きいほど大気温度が上がるのは，大気の柱密度が大きいほどコアからの放射が逃げにくいためである．しかし，その依存性は$M_{\rm atm}$の1/4乗に過ぎないことに注意しよう．

以下で見るように，以上の性質から臨界コア質量の存在の本質が見えてくる．

[7]以下導出．温度勾配を~ $T(r_{\rm atm})/r_{\rm atm}$と評価すれば，放射平衡の式より

$$\frac{T}{r_{\rm atm}} \sim \frac{\kappa\rho(r_{\rm atm})}{\sigma T(r_{\rm atm})^3}\frac{L}{r_{\rm atm}^2}$$

が得られる．右辺の$\rho(r_{\rm atm})$ を大気の平均密度~$M_{\rm atm}/r^3_{\rm atm}$で置き換え，上式を$T(r_{\rm atm})$ について解けば式(6)が出る．上の式の右辺において、数係数$3/(64\pi)$ ~ 0.01を大胆にも無視しているが，式を$T(r_{\rm atm})$ について解く際に右辺の1/4乗を取るので大きな問題にならない．

6. 大気平衡条件を理解する

前節の平衡解の満たすべき条件(1)が$f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})$，$f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})$を用いてどのように理解できるかを述べておこう．平衡条件の式(1) は，まだ使用していない静水圧平衡の条件$f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})+f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm}) = 0$ から得られるはずである(放射平衡の式はすでに使っている)．そこで，式$f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm}) = |f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})|$ の両辺に$r^2_{\rm atm}$をかけたものを書き下してみると

$$\boxed{\left(\frac{\kappa M_{\rm atm}L}{\sigma}\right)^{1/4}R_* \sim G(M_{\rm core}+M_{\rm atm})} \qquad (8)$$

と表される．さらにこれの両辺を4乗してから$R_*^4\kappa L/\sigma$で割ると，得られる式は式(1) と(数係数を除いて)一致する！ したがって，式(1) の左辺と右辺はそれぞれ，$f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})$ と$f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})$ を反映していると解釈できることがわかった．

7. 臨界コア質量の存在を理解する

式(4)，(7) は，5節の見積もりの冒頭で述べた仮定を満たす大気構造を考える限りは，ガスにかかる惑星重力$f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})$ と圧力勾配力$f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})$ が釣り合わない場合にも使える．この2つの大きさを大気質量$M_{\rm atm}$の関数と見なして比較すれば，力が釣り合わない場合に$M_{\rm atm}$がどのように増減するかがわかる．

1. ある$M_{\rm atm}$の値に対して$|f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})| < f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})$の場合は，外向きの圧力勾配力によって大気ガスが円盤側へ押し出され，結果として$M_{\rm atm}$が減少する．
2. $|f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})| > f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})$ の場合は，惑星重力によって大気ガスが惑星中心へ向かって収縮し，円盤ガスが流れ込んで$M_{\rm atm}$が増加する．

以上をふまえて，$f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})$ と$f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})$ の$M_{\rm atm}$依存性をもう一度眺めてみよう(図2)．5節で述べたように，$f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})$ は$M_{\rm core}+M_{\rm atm}$に比例するのに対し，$f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})$ は$M_{\rm atm}^{1/4}$ に依存する．前者は後者に比べて$M_{\rm atm}$への依存性が強いので，$M_{\rm atm}$が大きい極限では$|f_{\text{重力}}(r_{\rm atm})|$ が$f_{\text{圧力}}(r_{\rm atm})$ を上回る，つまり，圧力勾

配力では重力を支えられなくなる．一方，$M_{\rm atm}$が小さい場合は，惑星コアによる重力の「かさ上げ」，すなわち，$|f_{重力}(r_{\rm atm})| \propto M_{\rm core} + M_{\rm atm}$の1項目の存在が効いてくる．この「かさ上げ」の大きさによって，2つの場合に分かれる(図2(a))．

1.「かさ上げ」が十分に小さければ(図2(a))，$M_{\rm atm}$のある範囲では$|f_{重力}(r_{\rm atm})|$ が$f_{圧力}(r_{\rm atm})$ を下回ることができる．図2(a) からもわかるように，この場合は$|f_{重力}(r_{\rm atm})|$ と$f_{圧力}(r_{\rm atm})$ の交点，つまり平衡解，が2つ存在する．
2.「かさ上げ」が十分に大きければ(図2(b))，すべての$M_{\rm atm}$で$|f_{重力}(r_{\rm atm})|$ が$f_{圧力}(r_{\rm atm})$ を上回る．すなわち，平衡解が存在しない．

以上の議論は，図1で見た，$M_{\rm core}$の大小に応じた存在・不存在を見事に説明している．$|f_{重力}(r_{\rm atm})|$と$f_{圧力}(r_{\rm atm})$ の交点が存在できる最大の「かさ上げ」$M_{\rm core}$が臨界コア質量$M_{\rm core,crit}$ということになる．さらに，この節の冒頭での議論から，$M_{\rm core}$が$M_{\rm core,crit}$を超える場合は，常に超過する惑星重力によって$M_{\rm atm}$が増え続けることもわかる．これが臨界質量を超えた固体コアによる巨大ガス惑星の形成を表す．平衡を仮定した図1の解析からはわからなかった惑星ガス質量の進化の傾向が，思い切った見積もり計算から明快に示されたのは感動的である．しかし，上記の解析が教えてくれるのはあくまでも「$M_{\rm core} > M_{\rm core,crit}$において静的な大気がどのように維持できなくなるか」までであることは注意しておく．3節の最後に述べたように，$M_{\rm core} > M_{\rm core,crit}$では確かに惑星大気は成長するようになるが，実際には大気の収縮に伴う熱の発生によって圧力(勾配力)が重力とほぼ釣り合う程度にまで増加する．

8. 平衡大気は質量変化に対して安定か?

すでに言及したように，$M_{\rm core} < M_{\rm core,crit}$であるような惑星の平衡大気には，$M_{\rm atm}$が小さいものと大きいものの2種類が存在することが図1の右下のグラフからわかる．7節で用いた，重力と圧力勾配力が釣り合わない場合の$M_{\rm atm}$の増減に関する議論を用いれば，この2種類の平衡大気が質量の摂動に対して安定かどうかも簡単に予想できる．与えられたコア質量$M_{\rm core}$のもとで得られる2つの平衡大気のそれぞれに対して，$M_{\rm atm}$をわずかに増減させるような変化が加わると，大気の重力と圧力勾配力のバランスは崩れる．そのバランスの崩れが，加えられた$M_{\rm atm}$の増減を打ち消すようにはたらくかどうかを考えるのである(打ち消す場合が「安定」である)．もはや数式は必要なく，図2(a)に示されている$|f_{重力}(r_{\rm atm})|$ と$f_{圧力}(r_{\rm atm})$ のグラフの概形だけから調べることができる．調べてみると，2つの平衡大気のうちいずれかが質量変化に対して安定，いずれかがそうでないことが予想できるはずである．これは読者への演習問題としよう．

実は，上記の予想に対する「正解」を詳細な数値計算や解析計算で示してくれている論文を筆者はまだ見つけられていない．が，平衡解の性質に基づいて大気質量の安定性を定性的に議論している論文はあり(文献[16] の5.4節)，そこでの結論はここでの力の大小を用いた議論から導かれる結論と一致する．

9. おわりに

執筆の依頼をいただいたときは数行できるもっとお手軽な見積もりで遊ぶつもりだったが，気合いが入って名実ともに「ハードコア」な見積もりを披露することになった．とはいえ，本稿で示した個々の力の見積もりはあくまでも標準的なオーダー計算であり，決して難しいことはしていないことにご注意いただきたい．そのような簡単な計算を組み合わせて現象を深く理解するのが見積もりの醍醐味である．大袈裟ではなく，見積もりとはスポーツや楽器と同じ実技であり，日々の練習を重ねることで昨日できなかったことが今日はできるようになる．若い皆さんにはぜひ，簡単なものからで構わないので，教科書や論文で出会った数式を見積もりで導いたり味わうことにトライしてもらえればと願っている．

謝辞

執筆を依頼くださった遊星人編集委員の瀧哲朗氏，8節で紹介した文献[16]を教えてくださった国立天文台の生駒大洋氏に厚くお礼を申し上げます．生駒氏には本稿の査読も担当していただき，初稿の議論の不十分な点に関して多くの重要な指摘をいただきました．

参考文献

[1] 瀧哲朗ほか, 2023, 遊星人 32, 244.
[2] Okuzumi, S. and Ormel, C. W., 2013, ApJ 771, 43.
[3] Ueda, T. et al., 2017, ApJ 843, 49.
[4] Drazkowska, J. et al., 2023, in Protostars and Planets VII (San Francisco, CA: ASP), 717.
[5] Lissauer, J. J. et al., 2023, in Protostars and Planets VII (San Francisco, CA: ASP), 839.
[6] 植田高啓, 2022, 遊星人 31, 68.
[7] 荒川創太ほか, 2022, 遊星人 31, 50.
[8] 堀安範, 2022, 遊星人 31, 42.
[9] Perri, F. and Cameron, A. G. W., 1974, Icarus 22, 416.
[10] Mizuno, H., 1980, Prog. Theor. Phys. 64, 544.
[11] Armitage, P. J., 2010, Astrophysics of Planet Formation (New York: Wiley).
[12] 井田茂, 中本泰史, 2015, 惑星形成の物理(共立出版).
[13] Stevenson, D., 1982, Planet. Space Sci. 30, 755.
[14] Bodenheimer, P. and Pollack, J. B., 1986, Icarus 67, 39.
[15] Ikoma, M. et al., 2000, ApJ 537, 1013.
[16] Kanagawa, K. D. and Fujimoto, M. Y., 2013, ApJ 765, 33.

著者紹介

奥住 聡

東京工業大学理学院地球惑星科学系准教授．京都大学大学院人間・環境学研究科相関環境学博士課程修了. 博士(人間·環境学). 日本学術振興会特別研究員SPD（名古屋大学大学院理学研究科），東京工業大学大学院理工学研究科助教を経て，2015年より現職．専門は理論天文学，惑星科学．日本惑星科学会，日本天文学会に所属．日本惑星科学会では運営委員，広報専門委員長などを務める．