2018年度最優秀発表賞受賞論文

原始惑星系円盤内の巨視的なダスト動力学と多重リング形成

冨永 遼佑[1,]，高橋 実道[2,3]，犬塚修一郎[1]

2019年3月22日受領，査読を経て2019年5月10日受理.

（**要旨**）原始惑星系円盤における微惑星形成機構や，近年発見されたダストの多重リング構造の起源として様々なダスト集積過程が考えられてきた．永年重力不安定性はその１つである．ダストの集積はダストの乱流拡散によって阻害されてしまうため，現実的なダスト集積過程を議論するためにはその拡散を考慮した解析が重要である．しかし，これまで広く用いられてきた拡散を記述する方程式系には円盤の全角運動量が保存しないという問題があった．そこで本研究では平均場近似に基づき，角運動量を保存しつつダスト拡散を適切に記述する巨視的な方程式を新たに定式化した．本稿では定式化の概要を示すとともに，定式化した方程式に基づいた解析によって発見した新しい不安定性と，それによる多重リング形成について紹介する.

1. はじめに

原始惑星系円盤とは星形成過程に伴って原始星／前主系列星の周りに形成される円盤であり，主に水素分子からなるガスと固体微粒子(ダスト[1])から構成される．原始惑星系円盤は質量や角運動量，磁場の輸送を通して中心星の進化過程に影響を与える．また，円盤中のダストは付着合体を通して数km-数百kmの微惑星へと成長し，さらに，微惑星が衝突合体を繰り返して惑星へと成長すると考えられている．つまり，原始惑星系円盤は惑星の母体となる天体である．このように原始惑星系円盤は星の進化過程と惑星形成過程の両方に密接に関連するため，円盤構造やその進化過程を理解することは非常に重要である.

原始惑星系円盤の構造は主に可視光／近赤外線と電波で観測されている．可視光と近赤外線によって観測される円盤構造は，円盤表層のミクロンサイズのダストの分布に相当している．なぜなら，円盤からの可視／近赤外の光は中心星からの光が円盤表層の小さいダストによって散乱されたものだからである．一方，電波観測では円盤中のダストからの熱放射を直接観測している．電波の熱放射に対しては，比較的密度の高い赤道面付近のミリメートルサイズのダストの寄与が大きい．このように異なる波長帯の円盤構造の観測は，異なる円盤高度の，異なるサイズのダストの空間分布を見ることに対応している．近年の観測技術の発展は著しく，原始惑星系円盤を高空間分解能で観測できるようになってきた．例えばSubaru望遠鏡やVery Large Telescope(VLT)による可視光／近赤外線観測によって，様々な円盤に渦状腕構造やリング構造が発見されてきた[e.g.,1, 2]．電波帯ではAtacama Large Millimeter/submillimeter Array(ALMA)による観測が活発に行われており，特に連続波観測によってリング／ギャップ構造[2]などの軸対称構造や三日月構造，渦状腕構造などの非軸対称構造が発見されてきた[e.g., 3, 4, 5]．このように近年の高解像度観測は，滑らかな密度分布というよりもむしろ特徴的な密度構造が多く存在しているということを示してきた．これらの円盤構造の詳細な空間スケールや存在頻度等を議論するた

1. 名古屋大学
2 工学院大学
3. 国立天文台
tominaga.ryosuke@a.mbox.nagoya-u.ac.jp

1. 本稿では微惑星よりもサイズが小さい固体成分をダストと呼ぶことにする.
2. ここでリングとは，ある幅を持ち，ある半径で輻射強度が極大となっている軸対称構造を指す．一方，ギャップは輻射強度が極小となっている構造を指す.

め，高解像度観測による統計的研究も徐々に進められている．例えばDSHARP[3]というALMAを用いた円盤探査プロジェクトでは，非常に高い空間分解能（∼5 au）で20個の円盤の観測が行われた[6]．この観測では20個の円盤のうち18個に多重のリング/ギャップ構造を発見しており，軸対称構造の観測頻度が高いことを示唆している．DSHARPで観測されたリングの半径は10 au程度から100 au以上まで広く分布しているが，リングの幅はどれも10 au程度かそれよりも細いということが分かっている．また，このようなリングの特徴量は中心星の質量や年齢，円盤からの質量降着率とは顕著な相関を持っていないことも確認されている[7]．

観測によって様々なリング/ギャップ構造が発見されている一方，そのような軸対称構造の形成過程を探る理論的研究も活発に行われている．これまでに提案された多重リング/ギャップ形成機構には，(1)惑星と円盤の重力相互作用[e.g., 8]，(2)円盤中の多様な分子の各スノーライン付近で起こるダストの合体成長/破壊過程[9, 10]，そして本稿で注目する(3)ダスト−ガス系で起こる不安定性である永年重力不安定性[11]などがある．実際の天体でどの形成機構が働いているかは未だ明らかになっていないが，どの場合においても惑星形成過程との関連が示唆される．もし観測されたリング/ギャップ構造が惑星によって形成されたとすると，惑星の形成過程に直接制限をかけることができる．例えば，HL Tau [3]のような年齢が100万年程度以下の若い天体に観測された多重リング/ギャップ構造が惑星によって形成されたとすると，その100万年の間に惑星自身がまず形成されなければならない．つまり，これまでの標準的なシナリオでは1億年と考えられていた惑星の形成時間に，非常に強い制限をつけることができる．一方，(2) (3)のような惑星を必要としない形成機構が実際の円盤で作用しているとすると，観測されたリング内にはダストが濃集しているということになる．ダストが濃集した領域ではガスへの摩擦反作用が効きダスト−ガス間の相対速度が小さくなるため，微惑星形成の困難のひとつとして知られている“ダスト落下問題”[4]が緩和される．つまり，上記の観測は多重リング内でこれから微惑星形成が起こることを示唆している可能性がある．このように，いずれにせよ惑星形成過程の理解に繋がることが期待できるため，多重リング形成機構の解明は惑星形成理論の解明のために重要である．

本稿では，私たちが行ってきたダスト-ガス系で起こる不安定性の理論的な研究[14]に基づき，乱流ガス中でのダストの拡散現象とダスト-ガス系で起こる不安定性について論じる．2章では永年重力不安定性の特徴と不安定成長のメカニズムについて紹介する．3章ではまず永年重力不安定性を最も効率的に安定化してしまうダストの拡散過程と従来の拡散のモデル化について概説する．次にこれまで用いられてきたモデルには角運動量が保存しないという問題点があることを示し，それを解決するために私たちが行った基礎方程式の再定式化について紹介する．新たに定式化した方程式を用いて局所線形解析を行った結果，私たちは新しい不安定性があることを発見した．4章では新しい不安定性のメカニズムとそれによる多重リング形成の可能性について紹介する．

2. 永年重力不安定性とは

永年重力不安定性は前述の通りダストとガスが混ざった円盤で起こる不安定性である．まず永年重力不安定性の成長過程を物理的に示そう．先行研究と同様に本稿では軸対称構造を考える．図1は永年重力不安定性の成長過程を局所回転座標系で模式的に示した図である．不安定成長過程はガス円盤内の“地衡風”に基づくと簡潔に説明することができる．ただしここで言う“地衡風”は地球大気等で現れるそれとは異なり圧力勾配力，コリオリ力，（ガスとダスト両方を重力源とする）自己重力の3つの力が釣り合うことで形成される帯状流を指すことに注意して頂きたい．自己重力が働くため，圧力勾配力とコリオリ力が同じ方向を向くような定常な流れ場（図1の(1)）を考えることができ，これは地球大気等で議論されるいわゆる地衡風とは速度構造が異なる．このガス流の中でダストがどのように運動するかを考える．ガスに対して相対的に運動しているダストには空気抵抗（以下では“摩擦”と呼ぶ）が

3. Disk Substructures at High Angular Resolution Project
4. 円盤内側領域ほど圧力が高いガスとダストが摩擦相互作用すると，ダストが角運動量を失い内側に移動（“落下”）してしまう．その速度はメートルサイズ程度のダストで最大になり，∼ 0.01 au/年と非常に速い[e.g., 12, 13]．この速い動径移動の結果，微惑星まで成長する前にダストが中心星に落ちてしまうことをダスト落下問題と呼ぶ．

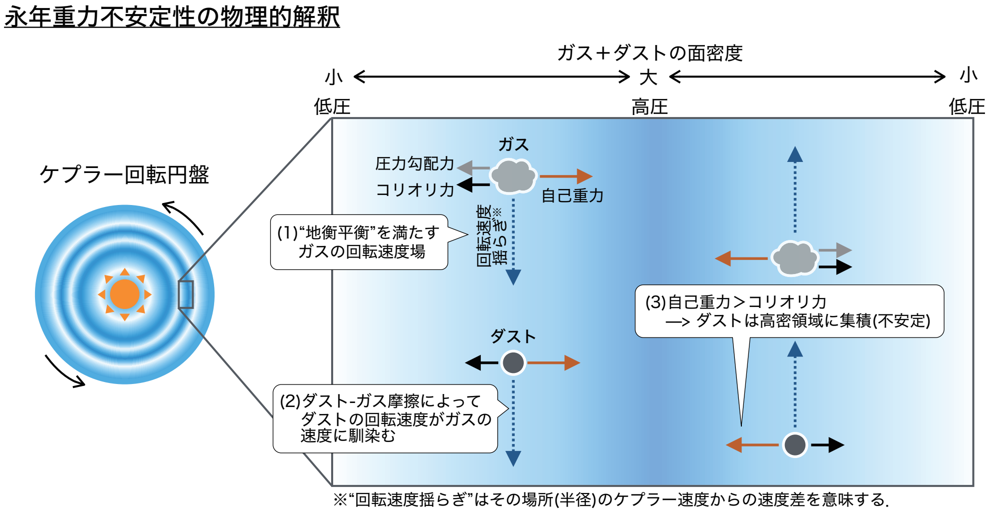

図1：永年重力不安定性の成長過程を模式的に示した図．永年重力不安定性は，圧力勾配力，コリオリ力，自己重力の釣り合いによって形成されるガスの帯状流で起こるダスト集積過程と捉えることができる．ダスト-ガス間の摩擦によってダストの回転速度がガスの回転速度に馴染むと，ダストは動径方向の力の釣り合いを保てず自己重力によって高密度領域に集積する．

働く．サイズが十分小さく，摩擦による制動時間がケプラー周期よりも十分短い場合にはダストの速度は終端速度と仮定することができる．例えば回転角方向にはダストはガスとほぼ同じ速度で動いている(図1の(2))．これは軸対称の仮定のもとで回転角方向にはガスの圧力勾配がなく，相対運動を促す力が働かないためである．次に動径方向の相対運動を考えよう．前述のように自己重力は圧力勾配力とコリオリ力の合力とちょうど釣り合っている(図1の(1))．一方，ダストには圧力勾配力が働かないためガスのように力の釣り合いを満たせず，ダストはある速度で高密度領域に向かって運動する(図1の(3))．すると高密度領域がより高密度になるため自己重力が強くなりダストはさらに集積する．この正のフィードバック過程により円盤が不安定化する現象が永年重力不安定性である．以上の思考実験ではガスを定常としていたが，本来はダストからの摩擦反作用を受けて運動する．この反作用を考慮した場合にも永年重力不安定性が成長することがわかっている[15]．永年重力不安定性の成長には摩擦によってダストとガスの回転速度が馴染む効果が重要である．また，自己重力が働くことも重要であるが，いわゆる古典的な重力不安定性とは対照的に永年重力不安定性は自己重力的に安定な軽い円盤でも成長し，ダストを集積することができる．このことから永年重力不安定性はもともと微惑星形成機構の候補として提案された[e.g., 16]．

永年重力不安定性が最も速く成長する摂動の動径方向の波長(最大成長波長)はガス円盤の厚み(スケールハイト)程度である．また，その成長時間はかなり不安定な場合を想定してもケプラー周期の数10倍から100倍程度である．つまり永年重力不安定性は，円盤の回転周期と比べて非常に長い時間をかけて円盤内に軸対称模様を作る機構である．永年重力不安定性の成長過程で形成された高密度領域がリング構造，低密度領域がギャップ構造となる．このリング/ギャップ構造はダストだけでなくガスにも形成されるが，ダストの面密度ゆらぎの方がガスのそれより大きいということが局所線形解析から分かっているため，ダスト円盤により顕著な縞模様を作ると考えられる．

3. ガス乱流中で起こるダストの拡散過程

原始惑星系円盤中のガスは乱流状態にあると考えられている．乱流の起源は例えば磁気回転不安定性[e.g., 17]などが考えられている[5]．このガス乱流の“強さ”は

5. 他にも様々な流体不安定性[e.g., 18] が考えられているが，本稿では乱流起源には立ち入らない．

乱流渦の散逸の結果生じる実効的な粘性応力の強さ(乱流粘性係数νの大きさ)で測られる．乱流粘性係数はしばしばガスの音速c_{s}と円盤の回転角速度[6] Ωで規格化された無次元量$\alpha \equiv \nu c_{\mathrm{s}}^{-2}\Omega$で表される[19]．いくつかの円盤では$\alpha$に対する観測的な制限がかけられている．例えば多重リング構造をもつHD163296 [e.g., 20]では，ALMAによるガス輝線観測によって$\alpha \lesssim 3\times10^{-3}$が示唆されている[21, 22]．同じく多重リング構造をもつHL Tau [3]に対しては，観測されたダスト円盤が非常に薄く，後述の乱流によるダスト拡散が非効率的であるという観測的事実から$\alpha \lesssim 10^{-4}$が示唆されている[23]．

このようなガス乱流中では，ダストは乱流場との摩擦相互作用を介して拡散することがわかっている．拡散の強さ(拡散係数)はαに比例しており[e.g., 24]，ガス乱流が大きいほど拡散が効率的に起こる．このダスト拡散は文字通りダストの集積を妨げる過程であり，永年重力不安定性の安定化に最も効く物理素過程でもある．永年重力不安定性に限らず，一般にダスト集積を促す機構が実際の円盤で起こるかを議論する際にはダストの拡散も取り入れた解析が必要である．また，拡散はダストの密度分布を均すため，形成されるリングの幅を議論する上で重要である．本節ではまずダストの拡散を記述する従来のモデルとその問題点をまとめる．次に私たちが行った拡散を適切に記述する基礎方程式の再定式化を紹介する．より詳細な記述は我々の論文[14]を参照して頂きたい．

3.1 従来のモデル化と問題点

ガス乱流中でダスト1粒子ごとの運動を記述するのは，方程式の数がダスト粒子の数だけ必要になるため困難である．この理由から拡散現象はしばしば移流拡散方程式でモデル化される．次章でダスト/ガス円盤の面密度を用いて無限に薄い円盤の安定性を議論するため，ここでも面密度に対する移流拡散方程式をもとに議論する[7]．ダストの面密度Σ_{d}に対する移流拡散方程式は以下である[8]:

$$\frac{\partial \Sigma_{\mathrm{d}}}{\partial t} + \nabla\cdot(\Sigma_{\mathrm{d}}\boldsymbol{v}) = \nabla\cdot(D\nabla\Sigma_{\mathrm{d}}) \tag{1}$$

ここで$\boldsymbol{v}$はダストの速度，Dは拡散係数である．右辺の拡散項がない場合，この式はダストの連続の式と等価である．一方，左辺第2項の移流項を無視した場合は面密度Σ_{d}に対する拡散方程式となっていることが分かる．速度$\boldsymbol{v}$はダストの運動方程式で時間発展させる場合や，単に終端速度を代入する場合などがある．

移流拡散方程式によるモデル化は広く用いられているが，このモデル化には円盤の全角運動量が保存しないという問題がある．これを具体的に見るために，以下のようなダストとガスの連続の式と回転角方向の運動方程式を考えよう[see also, 14]:

$$\frac{\partial \Sigma_{\mathrm{d}}}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Sigma_{\mathrm{d}}v_r) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rD\frac{\partial \Sigma_{\mathrm{d}}}{\partial r}\right), \tag{2}$$

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Sigma u_r) = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + \frac{v_r}{r}\frac{\partial(rv_\phi)}{\partial r} = -\frac{v_\phi - u_\phi}{t_{\mathrm{stop}}}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial u_\phi}{\partial t} + \frac{u_r}{r}\frac{\partial(ru_\phi)}{\partial r} = \frac{\Sigma_{\mathrm{d}}}{\Sigma}\frac{v_\phi - u_\phi}{t_{\mathrm{stop}}} + \frac{1}{\Sigma r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^3\Sigma\nu\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{u_\phi}{r}\right)\right]. \tag{5}$$

ただし円柱座標(r, ϕ)を用いて方程式を書き下し，軸対称性を仮定した．Σはガスの面密度，v_r, u_rはダストとガスの動径速度，v_ϕ, u_ϕは回転角方向の速度，t_{stop}は摩擦によりガスとダストの相対速度が減少する時間スケール(制動時間)であり摩擦の強さを表す．また式(5)の右辺3項は乱流粘性による運動量輸送の効果を表している．これらの式を使うと単位面積あたりの角運動量の時間発展が以下のように書ける:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Sigma_{\mathrm{d}}j_{\mathrm{d}} + \Sigma j) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r\Sigma_{\mathrm{d}}j_{\mathrm{d}} + ru_r\Sigma j) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^3\Sigma\nu\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{u_\phi}{r}\right)\right] + j_{\mathrm{d}}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rD\frac{\partial\Sigma_{\mathrm{d}}}{\partial r}\right). \tag{6}$$

ここで$j_{\mathrm{d}} \equiv rv_\phi$，$j \equiv ru_\phi$はそれぞれダストとガスの比角運動量である．また右辺第2項は式(2)の拡散項に由来するトルクが存在し，そこでの角運動量(=(面密度)×(比角運動量))が変わるということを表している．両辺を円盤全域で空間積分すると左辺第1項が全角運動量の時間変化となる．左辺第2項と右辺第1項は空間積分を行うと表面項となるため，円盤の外から角運動量が流入しない状況を考えてここでは無視する．右辺第2項は空間積分を行うと一般に0でない有限の値

6. 本稿では円盤はケプラー回転則に従うとする．
7. 質量密度を用いた場合でも本章と同様の議論が可能である．
8. 拡散項の質量流束をダスト - ガス質量密度比もしくは面密度比の勾配に比例する形で与える場合もある．

を持つ．つまり，式(6)は拡散によって円盤の全角運動量が保存しなくなるということを表している．ところがダストの拡散はダスト粒子とガスとの摩擦相互作用によって起こるため，ダスト−ガス間で角運動量の輸送が起こっても，正味の角運動量は保存する．すなわち，ダストとガスの全角運動量は拡散過程において本来保存する物理量である．したがって式(6)から導かれる全角運動量の非保存は，ダストの拡散過程を単に式(2)の拡散項でモデル化してしまったために起こった“非物理的な振る舞い”である．

質量拡散項はダストの方程式にのみ現れているため，その拡散項はダストの角運動量を非物理的に変化させてしまう．ダストとガスは摩擦を介して角運動量をやり取りしているため，ダスト側で起こった角運動量変化は一部ガスにも輸送されるが，その量はダストと比べるとダスト-ガス面密度比の分だけ小さい．つまり，拡散によって起こる角運動量の非保存は主にダストの運動に影響する．したがって，ダストの集積過程やリング形成過程を正しく議論するためには，この角運動量非保存問題を解決しなければいけない．次節では私たちが行った巨視的方程式の定式化の概要と，角運動量を保存しつつ拡散を適切に記述できる方程式について紹介する．

3.2 巨視的な支配方程式の再定式化

本稿ではダストが十分小さい場合($t_{\rm stop}\,\Omega<1$)を考え，動径方向のダスト拡散を考える[9]．また簡単のためガスの乱流速度場は等方的であるとする．ダストが小さく，制動時間がケプラー周期よりも十分短い場合には，ダストはガス乱流から受ける揺動力(キック)と同じ方向に拡散する[24]．つまり，動径方向の拡散は動径方向のキックによって起こる．一般に動径方向の力は比角運動量を変化させないため，この場合ダストの比角運動量は拡散流に沿って保存することがわかる．回転角方向のキックは角運動量を変化させるが，乱流場の等方性から正味の角運動量変化は起こらない．

ところで，式(2)は以下のように書き換えることができる：

$$\frac{\partial \Sigma_{\rm d}}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\Sigma_{\rm d}\left(v_r-\frac{D}{\Sigma_{\rm d}}\frac{\partial \Sigma_{\rm d}}{\partial r}\right)\right]=0. \tag{7}$$

この式は拡散流に沿った移流速度が$-\Sigma_{\rm d}^{-1}D\partial\Sigma_{\rm d}/\partial r$であることを表している．そこでダストの比角運動量が次の式で時間発展する場合を考えよう：

$$\frac{\partial j_{\rm d}}{\partial t}+\left(v_r-\frac{D}{\Sigma_{\rm d}}\frac{\partial \Sigma_{\rm d}}{\partial r}\right)\frac{\partial j_{\rm d}}{\partial r}=-r\frac{v_\phi-u_\phi}{t_{\rm stop}}. \tag{8}$$

この式は式(4)の移流速度v_rを$v_r-\Sigma_{\rm d}^{-1}D\partial\Sigma_{\rm d}/\partial r$に置き換えたものである．上述のように動径方向のキックではダストとガスの間で角運動量の輸送は起こらないため，ガスの式(5)に対する修正は不要である．式(2)，(3)，(5)，(8)から単位面積あたりの角運動量の時間発展方程式として

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial t}\left(\Sigma_{\rm d}j_{\rm d}+\Sigma j\right)\\&+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(v_r-\frac{D}{\Sigma_{\rm d}}\frac{\partial \Sigma_{\rm d}}{\partial r}\right)\Sigma_{\rm d}j_{\rm d}+ru_r\Sigma j\right]\\&=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^3\Sigma\nu\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{u_\phi}{r}\right)\right]\end{aligned} \tag{9}$$

を得る．拡散項に由来する項が左辺第2項の中にのみ現れており，この項は空間積分を行うと表面項になって消えるため，円盤の全角運動量が保存することが分かる．つまり，移流項に拡散流の寄与も加えることで全角運動量が保存するようになるということがわかった．私たちは平均場近似という操作に基づいて式(2)と(8)が自己無撞着に定式化できることを示した[14]．平均場近似とは乱流場の解析に用いられる解析手法の1つであり，乱流に起因する密度や速度の擾乱成分を粗視化し，巨視的な密度場と速度場(“平均場”)の時間発展方程式を定式化する操作である．式の煩雑さからここでは詳細を省略するが，動径方向の運動方程式に対しても同様に移流項に拡散流の寄与を加える必要があることがわかった．

以上のように私たちは全角運動量を保存しつつ拡散を適切に記述する方程式の定式化に成功した．次節では定式化した巨視的方程式を用いて無限に薄い軸対称円盤の局所線形解析を行った結果を紹介する．

4. 線形解析と不安定性による多重リング形成

本章ではガスの方程式と再定式化したダストの方程式を用いて原始惑星系円盤の安定性解析を行った結果[14]に基づき，そこで得られた2つの不安定性の物理的解釈と不安定性によるリング形成の可能性について紹介する．線形解析には式(2)，(3)，(5)，(8)に加え，

9. 回転角方向の拡散は軸対称性から無視する．

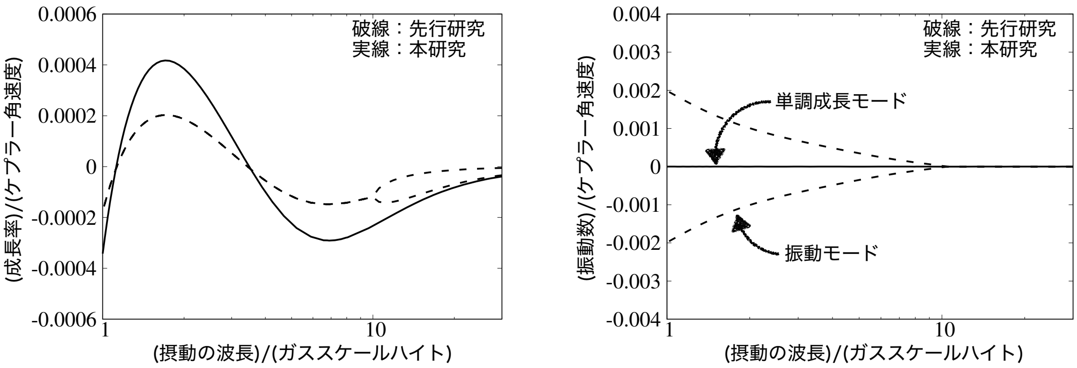

図2：永年重力不安定性の分散関係を先行研究と本研究の場合とで比較した図．破線が先行研究の結果，実線が本研究の解析結果である．左図はある波長の摂動の成長率（振動数の虚部）を表す．成長率が正のとき摂動の振幅が指数関数的に増加する．右図は摂動の振動数の実部を表す．ここでは非摂動状態のダスト-ガス面密度比 $\Sigma_{d,0}/\Sigma_0$ を0.1とし，その他のパラメータは次の値を用いた：$D=10^{-4}c_s^2\Omega^{-1}$，$Q\equiv c_s\Omega(\pi G\Sigma_0)^{-1}=3$，$t_{stop}\Omega=0.01$，$c_d=0$．ただし G は万有引力定数，Q はガス円盤のToomreの Q 値である．

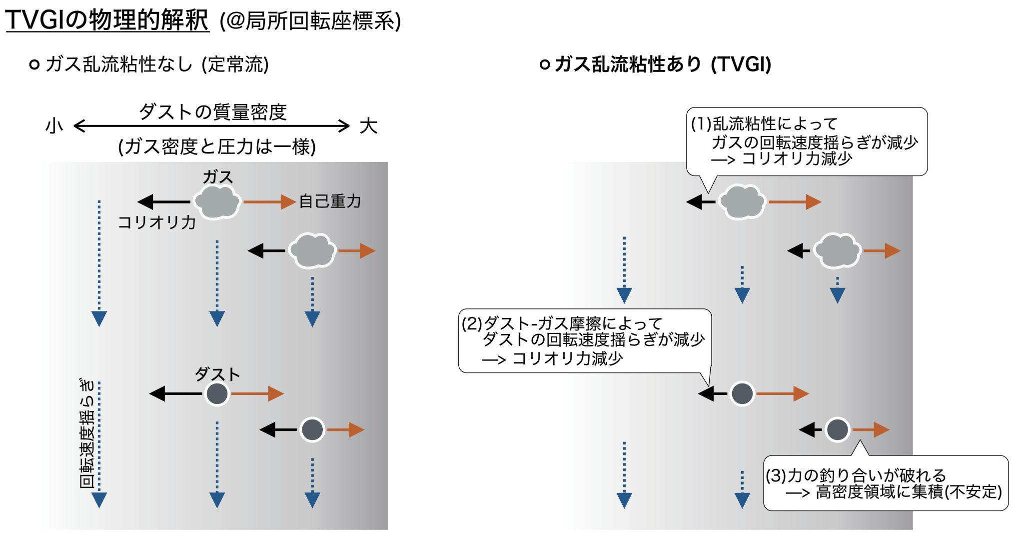

図3：TVGIの成長過程を模式的に示した図．ガスの乱流粘性を無視した場合にはダストとガスが同じ回転速度をもつ定常解（定常流）が存在する（左図）．この定常流がガスの乱流粘性によって不安定化したものがTVGIである（右図）．TVGI の成長にはガスのコリオリ力が乱流粘性によって減少することと（右図(1)），摩擦によってダストに働くコリオリ力が減少すること（右図(2)）の2つの過程が重要である．

以下のガスとダストの動径方向の運動方程式を用いる：

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_r}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_r}{\partial r}=&\frac{u_\phi^2}{r}-\frac{c_s^2}{\Sigma}\frac{\partial \Sigma}{\partial r}-\frac{\partial}{\partial r}\left(\Phi-\frac{GM_*}{r}\right)\\
&+\frac{\Sigma_d}{\Sigma}\frac{v_r-u_r}{t_{stop}}+2\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Sigma\nu\frac{\partial u_r}{\partial r}\right)-\frac{\Sigma\nu u_r}{r^2}\right]\\
&-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{\Sigma\nu}{r}\frac{\partial(ru_r)}{\partial r}\right]
\end{aligned}
\tag{10}
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial v_r}{\partial t}+\left(v_r-\frac{D}{\Sigma_d}\frac{\partial \Sigma_d}{\partial r}\right)\frac{\partial v_r}{\partial r}\\
&=\frac{v_\phi^2}{r}-\frac{c_d^2}{\Sigma_d}\frac{\partial \Sigma_d}{\partial r}-\frac{\partial}{\partial r}\left(\Phi-\frac{GM_*}{r}\right)\\
&-\frac{v_r-u_r}{t_{stop}}+\frac{1}{r\Sigma_d}\frac{\partial}{\partial r}\left(rv_rD\frac{\partial \Sigma_d}{\partial r}\right).
\end{aligned}
\tag{11}
$$

ここで式(10)の右辺第2項は圧力勾配力を表し，式(10)，(11)の右辺第3項はポテンシャル Φ の自己重力と質量 M_* の中心星から受ける重力を表す．自己重力

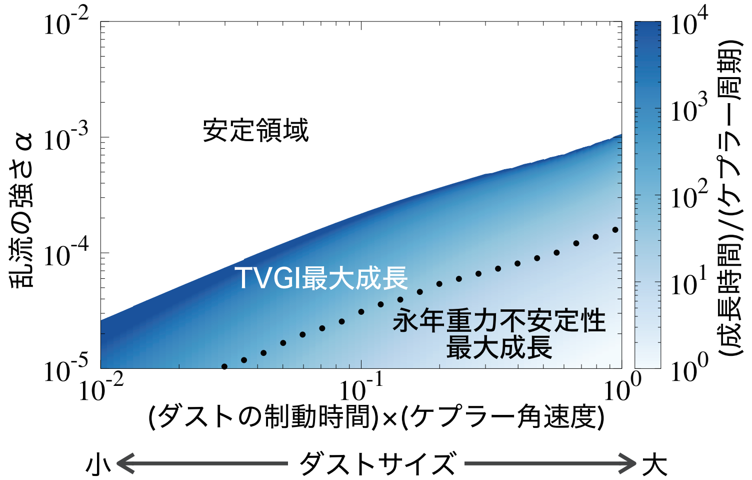

図4：縦軸に乱流強度α[19]，横軸にケプラー角速度で規格化したダストの制動時間をとった時に最も速く成長する不安定性の成長時間を図示したもの．色はケプラー周期で規格化した不安定性の成長時間，点線はTVGIもしくは永年重力不安定性が最も速く成長する領域の境界である．また，白い領域はTVGIも永年重力不安定性も安定な領域である．ここではダスト-ガス面密度比を0.05，ガス円盤のToomreのQ値を10とした．

ポテンシャルΦは以下のPoisson方程式を用いて計算する：

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\,(\Sigma + \Sigma_{\rm d})\,\delta(z). \tag{12}$$

ただし$\delta(z)$は円盤の鉛直方向(z方向)に対するデルタ関数である．式(10)の右辺第5，6項は乱流粘性による運動量輸送を表す．式(11)の左辺の移流項には式(8)と同様に拡散流の寄与が含まれている．式(11)の右辺第2項は乱流場との相互作用でダストに速度分散$c_{\rm d} \propto \sqrt{\alpha}\,c_{\rm s}$[24]が発生する効果を表す．式(11)の右辺第5項は我々の定式化[14]で得た項であり，左辺の拡散による移流項と同じオーダーの項である．

4.1　永年重力不安定性の再解析

まず私たちはダスト-ガス間の摩擦を考慮した局所線形解析に基づき永年重力不安定性の再解析を行った[14]．その結果，不安定条件はほとんど変わらないものの，永年重力不安定性のモードの性質に顕著な差があることがわかった．図2は今回の再解析で得た永年重力不安定性の分散関係を先行研究と比較したものである．先行研究で得られた永年重力不安定性は振動しながら振幅が指数関数的に増加していく過安定モードであった．一方，本研究の解析では永年重力不安定性が指数関数的に単調成長する不安定モードであることがわかった．この性質の違いはやはり角運動量が保存しているかどうかに起因しており，先行研究で得られた振動は非物理的なものであることがわかった．これを示すためにダストの比角運動量の時間発展を考えよう．先行研究のダストの比角運動量の時間発展は，式(2)，(4)から

$$\frac{\partial j_{\rm d}}{\partial t} + \left(v_r - \frac{D}{\Sigma_{\rm d}}\frac{\partial \Sigma_{\rm d}}{\partial r}\right)\frac{\partial j_{\rm d}}{\partial r} = -r\frac{v_\phi - u_\phi}{t_{\rm stop}} - \frac{D}{\Sigma_{\rm d}}\frac{\partial \Sigma_{\rm d}}{\partial r}\frac{\partial j_{\rm d}}{\partial r} \tag{13}$$

となる．ここでは移流項に拡散流の寄与が現れるように式変形をした．ダスト拡散の取り扱いを修正して得られたダストの比角運動量変化の式(8)との違いは右辺第2項である．ケプラー回転円盤を考えると比角運動量は円盤外側ほど大きいため，右辺第2項の符号はダスト面密度の勾配で決まる．面密度勾配が正(負)の領域では右辺第2項は負(正)のトルクとなりダストの比角運動量を減少(増加)させる．つまり，ダストの集積を妨げる向きに角運動量を変化させる．このトルクが先行研究で現れた振動の原因である．式(8)を用いた今回の解析では，式(13)の右辺第2項のような拡散に起因するトルクは働かず，永年重力不安定性は単調成長する．

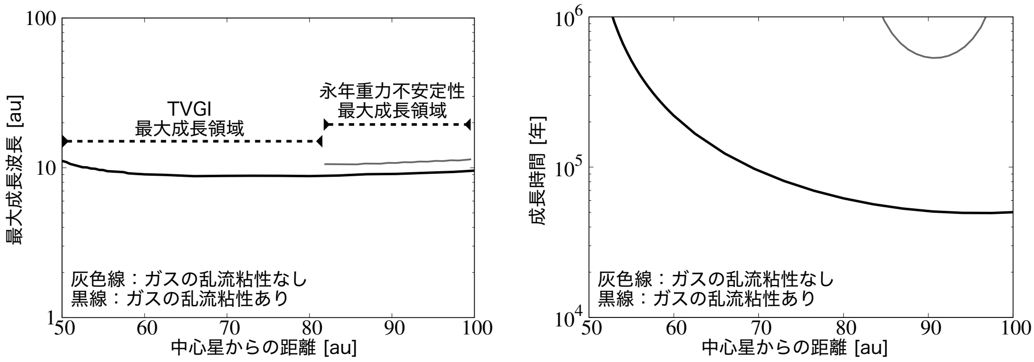

図5：HL Tauの円盤モデルに基づき線形解析を行った結果．左図は最大成長波長の動径分布，右図はその成長時間の分布を表す．黒線と灰色線は線形解析の際にガスの乱流粘性を考慮した結果と考慮しなかった場合の結果を表す．左図の灰色の線分で示された領域は永年重力不安定性の方が速く成長する空間領域に相当している．

4.2　摩擦とガスの乱流粘性が駆動する新しい不安定性

ダスト拡散の式を再定式化することで，私たちは永年重力不安定性とは別の新しい不安定性(Two-component Viscous Gravitational Instability, TVGI)を発見した[14]．TVGIはダスト–ガス間の摩擦とガスの乱流粘性(式(5)の右辺第2項)が働く場合に起こる．TVGIのメカニズムを以下に簡単に示す．ガスの乱流粘性を無視した場合には，摩擦が働く場合にもダストとガスが同じ回転速度を持って定常分布を実現する解が存在する[10]．例えばダストの速度分散c_{d}が0の場合には，この定常解ではガス面密度が一定で圧力勾配力がなく，ダストの面密度揺らぎに起因する自己重力がダストとガスのコリオリ力と釣り合っている(図3の左図)[11]．この定常流がガスの乱流粘性によってどのように変化(不安定化)するのかを考えよう．粘性は運動量と角運動量の拡散を引き起こす．図3に示したガスの速度構造には動径方向に回転速度勾配があるが，この勾配が粘性による(角)運動量拡散によって均される．つまり，ガスの回転速度揺らぎの振幅が減少する(図3の右図(1))．その結果，もともとガスと同じ回転速度揺らぎを持っていたダストとの間に相対速度が発生する．この相対速度に起因する摩擦がダストに働き，ダストの回転速度揺らぎの振幅も小さくなる(図3の右図(2))．回転速度揺らぎが小さくなると，もともとダストの自己重力と釣り合っていたコリオリ力が減少してしまう．つまりダストもガスも動径方向の力の釣り合いが保てなくなるのである(図3の右図(3))[12]．このようにガスの乱流粘性と摩擦が同時に働くことでコリオリ力が弱まり，ダストとガスが自己重力によって動径方向に集積するというのがTVGIである．永年重力不安定性の場合と同様にTVGIの成長過程ではガスに対してダストがより集積するため，円盤内のリング形成や微惑星形成機構になりえる．

TVGIの最大成長波長は永年重力不安定性と同様にガスのスケールハイト程度かそれ以下である．また，成長時間も同様にケプラー周期と比べて非常に長い．図4はガス乱流の強さα[19]とダストの制動時間に対して最も速く成長する不安定性の成長時間を表している．図中の点線は永年重力不安定性が成長できる最大のαに相当しており，それを境にして最も速く成長する不安定性がTVGIか永年重力不安定性かどうかで領域が分かれている．図4から，乱流が強く永年重力不

10. これはガスの乱流粘性を無視した場合の線形摂動方程式の定常解である．このような時間発展しない摂動解はstaticモードもしくはneutralモードと呼ばれている．先行研究では拡散に起因する非物理的なトルクによってこの定常解が存在しなかった．2章の地衡風もまたstaticモードのひとつであり，摩擦と乱流粘性のどちらも無視した線形摂動方程式の定常解である．

11. c_{d}が有限の値を持つ場合にはガスの面密度揺らぎが有限の振幅を持ち，圧力勾配力も含めて動径方向の力の釣り合いが成り立つような定常分布が存在する．以下の議論は，$c_{\mathrm{d}}\neq0$の場合にも同様に成立する．

12. 図3ではダストの密度勾配が図に対して右向きの場合を示したが，勾配が左向きの場合も同様の議論が成立する．ただしその場合には，回転速度揺らぎの向きや動径方向の力の向きが全て逆になることに注意が必要である．

安定性が安定な場合でもTVGIは成長できることが分かる.

また，TVGIはダストがより小さく摩擦が強い場合でも不安定成長することができる．つまり，合体成長に伴いダストのサイズが大きくなっていく中で，TVGIは永年重力不安定性よりも早い時期に成長することが図4から分かる．したがって，不安定性によるダスト集積や微惑星形成を考える上でTVGIも考慮することが重要であると言える.

TVGIの成長が期待されるのは，ダストがどの程度のサイズまで成長した段階だろうか．ここではダスト–ガス間の摩擦がEpstein則[13]に従うと仮定して，要求されるダストサイズを定量的に評価してみよう．Epstein則ではダストの制動時間$t_{\rm stop}$は以下のように与えられる:

$$t_{\rm stop} = \frac{\rho_{\rm int} a}{\rho_{\rm g} c_{\rm s}}. \tag{14}$$

ただし$\rho_{\rm int}$はダスト1粒子の質量密度，aはダストの半径，$\rho_{\rm g}$はガスの質量密度である．ここでガス円盤は鉛直方向(z方向)に静水圧平衡状態になっていて，次の正規型の密度分布をもつと仮定する:

$$\rho_{\rm g} = \frac{\Sigma_0}{\sqrt{2\pi} c_{\rm s} \Omega^{-1}} \exp\left[-\frac{z^2}{2\left(c_{\rm s}\Omega^{-1}\right)^2}\right]. \tag{15}$$

ただしΣ_0が非摂動状態でのガスの面密度である．以下では赤道面($z = 0$)での物理量を評価することにし，ガス密度を$\rho_{\rm g} = \Sigma_0(\sqrt{2\pi}\, c_{\rm s}\,\Omega^{-1})^{-1}$で与えると，式(14)から

$$a \simeq 1.7\mathrm{mm} \left(\frac{t_{\rm stop}\Omega}{0.1}\right) \left(\frac{T}{20\mathrm{K}}\right)^{1/2} \left(\frac{M_*}{1M_\odot}\right)^{1/2} \times \left(\frac{r}{70\mathrm{au}}\right)^{-3/2} \left(\frac{\rho_{\rm int}}{1\mathrm{g\ cm^{-3}}}\right)^{-1} \left(\frac{Q}{10}\right)^{-1} \tag{16}$$

を得る．ただしTはガスの温度，M_*は中心星質量，$Q \equiv c_{\rm s}\,\Omega\,(\pi G \Sigma_0)^{-1}$はガス円盤のToomreの$Q$値である．また音速$c_{\rm s}$を計算する上で平均分子量を2.34と仮定した．式(16)と図4から，例えば$\alpha = 10^{-4}$では(サブ)ミリサイズまでダストが成長するとTVGIが成長することがわかる.

4.3 多重リング形成への示唆

上述のようにTVGIはダストを集積する過程であるため，円盤内の多重リング形成機構になり得る．私たちは局所線形解析に基づいてHL Tauのリング構造がTVGIによって形成可能かどうかについて調べた[14]. HL Tauに観測されたリングは10 auから100 au程度まで広く分布しており，隣接するリングどうしの間隔は最も内側(r < 40 au)の1組が20 au程度，それより外側で10 au程度とわかっている[3]．もし観測されたリングが不安定性によって形成されたとすると，リング間隔が不安定性の最大成長波長程度になっているであろう．図5は観測[23, 25]から得られた物理量に基づき線形解析を行った結果得られた不安定性の最大成長波長と成長時間の動径分布を表している[cf., 11]．永年重力不安定性が成長する領域とTVGIが成長する領域を表すために，ガスの乱流粘性を無視した場合の線形解析の結果も図中に示した．永年重力不安定性の方が速く成長する領域はおよそ80 auから100 auの間であり，それ以外の領域ではTVGIが最も速く成長する. HL Tauの年齢は100万年以下であるため，不安定性によって観測されたリングが形成される条件は，最大成長波長が観測されたリング間隔(～10 au)でかつ成長時間が100万年以下であることである．図5からおよそ50 auより外側では2つの不安定性によってHL Tauの多重リングが形成可能であるということが分かる.

5. まとめと今後の展望

本稿では，私たちが行ってきたダスト–ガス系で起こる不安定性の理論的な研究[14]に基づき，ダスト拡散過程を記述する方程式の定式化とダスト–ガス系の不安定性について物理的理解を論じた.

ガス円盤の乱流によって引き起こされるダスト拡散は，リング/微惑星形成にとって重要なダスト集積過程を阻害してしまう．この集積/拡散過程を詳細に議論するためには拡散の適切なモデル化が必要不可欠であるが，これまで用いられてきたモデルには円盤の全角運動量が保存しないという問題があった．そこで本研究ではまず角運動量が保存しつつダストの拡散を適切に記述する方程式を定式化した．本稿では詳細に立ち入らなかったが，この定式化は乱流による擾乱成分を粗視化し巨視的な密度場/速度場の時間発展方程式を導出する平均場近似という手法に基づいている．次

13. ダストのサイズがガスの平均自由行程より小さい場合の摩擦則.

に私たちは定式化した方程式に基づいて円盤の線形解析を行った．その結果，先行研究とは異なり永年重力不安定性は指数関数的に単調成長するモードであることがわかった．角運動量が保存しない拡散モデルを用いてしまうとモードの定性的な性質を変えてしまうという点においても拡散の適切なモデル化は重要であると言える．

さらに，本研究では永年重力不安定性とは別の新しい不安定性（TVGI）を発見した．TVGIはダスト－ガス摩擦とガスの乱流粘性の両方が働くことによって成長する不安定性である．TVGIは永年重力不安定性よりも不安定条件が緩く，例えば乱流がより強くダストサイズがより小さい場合でも成長することがわかった（図4）．円盤内でダストが合体成長を通して大きくなっていくことを鑑みると，TVGIは円盤進化段階のより早い時期に成長することが示唆される．TVGIの成長過程ではガスに対してダストが集積されるため円盤内の多重リング形成や微惑星形成機構になり得る現象である．

DSHARPを含む近年のALMA望遠鏡の観測によってHL Tau以外の天体にも様々な天体で多重リング構造が発見されてきている．今後それらのリング構造がTVGIと永年重力不安定性によって形成可能かどうかについて詳細な解析を行う予定である．また，数値計算を行って不安定性に伴う密度分布の時間発展を直接調べる事も重要である．これらの不安定性が微惑星形成機構になり得るかどうかを調べるためには，非線形成長の解明が非常に重要になる．私たちは拡散を考慮しなかった場合の永年重力不安定性の非線形数値計算をすでに行っており，ダスト面密度がガスの面密度よりも大きいリングができる事を確認している[26]．今後は今回定式化した方程式に基づきダスト拡散の効果を加え非線形数値計算を進めていく．

謝 辞

本研究は日本学術振興会の特別研究員奨励費18J20360の助成を受けて行ったものです．ダストの拡散過程と定式化に関して京都女子大学の道越秀吾氏から様々なご助言を頂きました．名古屋大学の小林浩氏，井上剛志氏，国立天文台の高棹真介氏にはセミナー発表等を通して大変有益なコメントを頂きました．さらに本稿の査読者である田中秀和氏には非常に丁寧な査読をして頂きました．この場を借りて感謝致します．

参考文献

[1] Muto, T. et al., 2012, ApJL 748, L22.
[2] Avenhaus, H. et al., 2018, ApJ 863, 44.
[3] ALMA Partnership et al., 2015, ApJL 808, L3.
[4] Fukagawa, M. et al., 2013, PASJ 64, L14.
[5] Perez, L. M. et al., 2016, Science 353, 1519.
[6] Andrews, S. M. et al., 2018, ApJL 869, L41.
[7] Huang, J. et al., 2018, ApJL 869, L42.
[8] Kanagawa, K. D. et al., 2015, ApJL 806, L15.
[9] Zhang, K. et al., 2015, ApJL 806, L7.
[10] Okuzumi, S. et al., 2016, ApJ 821, 82.
[11] Takahashi, S. Z. and Inutsuka, S.-i., 2016, AJ 152, 184.
[12] Adachi, I. et al., 1976, Prog. Theor. Phys. 56, 1756.
[13] Weidenschilling, S. J., 1977, MNRAS 180, 57.
[14] Tominaga, R. T. et al., 2019, ApJ 881, 53.
[15] Takahashi, S. Z. and Inutsuka, S.-i., 2014, ApJ 794, 55.
[16] Youdin, A. N., 2011, ApJ 731, 99.
[17] Balbus, S. A. and Hawley, J. F., 1998, Reviews of Modern Physics 70, 1.
[18] Nelson, R. P. et al., 2013, MNRAS 435, 2610,
[19] Shakura, N. I. and Sunyaev, R. A., 1973, A&A 24, 337.
[20] Isella, A. et al., 2016, PhRvL 117, 251101
[21] Flaherty, K. M. et al., 2015, ApJ 813, 99.
[22] Flaherty, K. M. et al., 2017, ApJ 843, 150.
[23] Pinte, C. et al., 2016, ApJ 816, 25.
[24] Youdin, A. N. and Lithwick, Y., 2007, Icarus 192, 588.
[25] Kwon, W. et al., 2015, ApJ 808, 102.
[26] Tominaga, R. T. et al., 2018, PASJ 70, 3.