

高速度衝突現象と水谷スケーリング

岡本 尚也¹，水谷 仁²

2014年12月4日受領，2015年1月20日受理。

(要旨) 本稿は著者の1人(水谷)が2013年フロンティアセミナーで行った高速度衝突現象と水谷スケーリングについての講義を岡本がまとめたものである。講義は水谷自身の研究を振り返り当時の状況を交え、クレーターの科学がどのように歩んできたのかを語ったものである。ここで記述することは20年以上前の研究であることに注意する必要があるが、水谷がクレーター研究を行ったきっかけ、衝突物理、衝突破壊の水谷スケーリングについて、本人がどのように考えてきたかという思考プロセスに沿って記述する。なお以下の記述のなかで、「私」とあるのは水谷のことで、この講義録にセミナーの臨場感をもたらすために使った便法である。

1. 背景

1.1 月の孔の大きさと月のクロノロジー

私が惑星科学らしきものについて最初の論文を書いたのは、イギリスの天文学者Kopalの総合報告を読んでからとのことである。その総合報告の中でKopalは月の表面にある孔は小惑星がぶつかってできたものだと考えた。小惑星軌道にある天体が月に衝突する確率を計算した結果を元に、月の海が40億年前に形成されたことが述べられ、クレーターの数から地質が更新された年代の推定が可能であることが載っていた。この内容を受けて、竹内均氏と私は共著の論文として1966年に岩波「科学」に2ページの短い記事を投稿した[1]。タイトルは「月の孔の大きさと月のクロノロジー」である。月の孔と表記したのは、まだクレーターという言葉が一般的には認知されてなかったためである。

これが日本でクレータリングクロノロジーを扱った一番最初の論文だったであろう。Kopalの言うことが

正しければ、月の高地にあるクレーターの数は月の海より20倍も多いので、高地の年齢が45億年以上よりはるかに古いものになってしまう。「科学」の論文ではその矛盾を解決しようとしたものだった。その時に竹内氏と私が考えたのは月では重力が地球の6分の1だから、月のクレーターサイズは同じ衝突条件では地球の6倍になるのではないかということだった。そうすれば、月の高地の年齢が40億年となり(月の海が2億年になる)地球・月系の歴史と矛盾しなくなる。このようなことがきっかけで1976年にコロラド大学へ行ったところから、クレータースケーリング則に関する論文をたくさん読むようになった。しかし、どれを読んでも私が感心するようなものはなかった。ほとんどの論文は限られた条件下の実験による経験則であり、その式の物理的意味に介入しているものはなかったのが理由である。以下にその例を挙げる。

1.2 実験的な経験式，数値的な経験式の例

その当時最も有名だったのはGaultという人で、クレーター科学の一番最初の偉い人であった。彼は高速度衝突の実験からクレーターの半径 R は衝突体のエネルギー W の0.37乗に比例するという下式の結果を得た[2]。

1. 神戸大学大学院理学研究科

2. 株式会社ニュートンプレス/宇宙科学研究所名誉教授
tokamoto@stu.kobe-u.ac.jp

$$R[\text{cm}] = 0.75 \times 10^{-3} \rho_p^{1/6} \rho_t^{-1/2} W^{0.37} [\text{erg}] \quad (1)$$

ここで ρ_p は衝突体の密度, ρ_t は標的密度を表す. しかし, $1/6$ 乗や $-1/2$ 乗, 0.37 乗とは一体どういう理由でそうになっているのかは示されていない. 実験値を説明するのはいいが, 物理メカニズムも分からずに実験範囲外にこの式を適用するということは恐ろしい. というのも式の成り立っている範囲がわからないからである. 次元も両辺で合っておらず, 納得のいくようなものではなかった.

また, 様々な衝突条件で圧力伝播がどうなるかを数値実験で調べたものがあつた[3]. 衝突直後の圧力の波形は異なっているが, 時間が経過して衝突点から離れた位置においては圧力の波形が似てくる衝突条件の組み合わせがあることを見つけた. すなわち, 弾丸の大きさ L_p , 速度 v としたときに,

$$L_p v^\alpha, \quad \alpha = 0.58, \quad (2)$$

といった値が一定でありさえすれば, 最終的な波形の結果は同じになることを発見した. これを彼らは late-stage equivalence と呼んだ. この経験的則を解釈するために Dienes と Walsh は圧力の減衰について以下のように考えた.

$$P(r) \propto v^2 \left(\frac{r}{L_p} \right)^{-2/\alpha} \propto \left(\frac{r}{v^\alpha L_p} \right)^{-2/\alpha}. \quad (3)$$

これによれば, P は $r^{-3.45}$ に比例して減衰することになる. 一方, 数値計算の結果では圧力は距離の -3 乗に近い値で減衰しており, -3.45 とは違う値であつた. つまり説明と結果は矛盾しており, 私には理解しがたいものであつた.

1.3 クレーターの科学

このようにわからないことはたくさんあつたが, データはたくさん存在していた. それをまとめて本にしようと考えた私は, 「クレーターの科学」という本を1980年に出版した[4]. これは衝突業界におけるバイブル的な本である Melosh の “Impact Cratering” [5] 刊行に先駆けること9年である. 日本では非常に早い時期にクレーターのサイエンスというものを紹介したことになる.

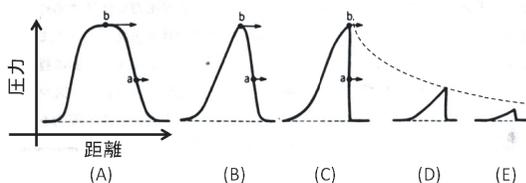


図1: 衝撃波伝播の様子の模式図. (A) から (E) にかけて時間の経過とともにどのように衝撃波の形と振幅が変化するかを示している. (『現代の太陽科学(上)』第13章惑星をこわす [7] に基づく).

2. 高速度衝突の物理

月のような大きな物体に小惑星のような小さな物体がぶつかるようなことを考える. 物体の音速よりも速い衝突速度でぶつかると, 衝撃波が発生して非常に高い圧力になる. 接触面の近傍では特に高い圧力となりそこから物質が飛び出す. 高い圧力は物体内に広がっていき, 物質を飛ばしながら最終的にはクレーターができると考えられる.

直径 L_p , 密度 ρ_p の弾丸が衝突速度 v で, 破壊強度 Y , 密度 ρ_t の標的に衝突することを考える. 標的の代表的な長さを L_t とする. 数値計算の結果から, L_p よりも少し大きい直径を持つ高い圧力帯ができることがわかっている. これを Isobaric core (等圧核) とよぶ. Isobaric core の中は均等な圧力になっていて, 球状の高圧帯となっている. この Isobaric core の直径 d は $d = \eta L_p$ では $1-3$ 程度である.

図1は衝撃波の伝播の様子の模式図である. はじめに衝撃パルスの高い圧力が発生し, 山の上部が平らである波形を持つ. この平らになっている部分が Isobaric core である. 時間とともに Isobaric core が外側に広がり, 平らだった山が次第に尖ってくる. これは (A) における a 点が右に進行する速度よりも, b 点の進行する速度の方が大きいので, (C) において b 点が a 点に追いついてしまうからである. 最終的に三角波のようになって, 大きさも小さくなり減衰する. この減衰が距離の $-\alpha$ 乗に比例すると考える.

2.1 高速度衝突による初期発生圧力

衝突体がぶつかったときの衝撃波がどのように伝播するかを考える前に, まずは最初に発生する衝撃圧を考える. ここで必要となるのはランキン-ユゴニオの

式と呼ばれる3つの方程式である．

$$U\rho_{0i} = (U_i - u_i)\rho_i, \quad (4)$$

$$P_i = \rho_{0i}U_iu_i, \quad (5)$$

$$E_i = \frac{1}{2}P_i\left(\frac{1}{\rho_{0i}} - \frac{1}{\rho_i}\right). \quad (6)$$

ここで ρ_i は衝撃をうけている領域の密度， ρ_{0i} はもとの衝撃をうけていない状態の物質の密度， E_i は衝撃による内部エネルギーの増加を表す．これらは，衝突前後の質量保存則，運動量保存則，エネルギー保存則を解くことで得られ，標的内部に伝わる衝撃波と弾丸内部に伝わる衝撃波のそれぞれについて成り立つ（添え字 i は弾丸 p ・標的 t を表し， $i = p$ または t ）．衝撃波の境界面が接しているため，弾丸側の圧力 P_p と標的側の圧力 P_t は等しい．衝突速度 v と弾丸の粒子速度 u_p を用いると弾丸側の接触面の速度は，実験室系において $v - u_p$ である．また，標的側では粒子速度 u_t である．弾丸と標的は接触しているのでこれらは等しいことが条件である．よって，

$$P = P_t = P_p, \quad (7)$$

$$u_t + u_p = v. \quad (8)$$

衝撃波の速度 U_i は，その物質の音速 C_{0i} と粒子速度 u_i と物質定数 s_i を用いて以下のように書ける．

$$U_i = C_{0i} + s_i u_i. \quad (9)$$

これは衝撃波速度と粒子速度を結びつける一種の状態方程式である．経験式であるが非常に多くの物質で成り立っていることが実験的に示されている．ここで，物質の圧縮の度合いを示す δ_i を，

$$\delta_i = \frac{\rho_i - \rho_{0i}}{\rho_i}, \quad (10)$$

と導入したならば，式(4)より衝撃波速度と粒子速度の関係は簡単に以下で表せる．

$$U_i = u_i/\delta_i. \quad (11)$$

これと式(5)，式(8)を用いれば，粒子速度 u_t は

$$u_t = \frac{v}{1 + \left(\frac{\rho_{0t}\delta_p}{\rho_{0p}\delta_t}\right)^{1/2}}. \quad (12)$$

また式(9)を用いれば，

$$P \approx \frac{\rho_{0t}C_{0t}^2\delta_i}{(1 - s_i\delta_i)^2} \quad (13)$$

となる．

初期発生圧力 P_0 は衝突速度 v を用いて以下のように書ける．

$$P_0 = \frac{1}{2}\xi\rho_{0t}C_{0t}^2\left(1 + \frac{1}{2}s_t\xi\frac{v}{C_{0t}}\right)\left(\frac{v}{C_{0t}}\right). \quad (14)$$

ここで

$$\xi = \frac{2}{1 + \left(\frac{\rho_{0t}\delta_p}{\rho_{0p}\delta_t}\right)^{1/2}}. \quad (15)$$

衝撃圧 P_0 が物質の非圧縮率 K_i より小さい場合， $\delta_i = P_0/K_i = P_0/(\rho_{0i}C_{0i}^2)$ であるので， ξ は近似すると以下となる．

$$\xi \approx \frac{2}{1 + \left(\frac{\rho_{0t}C_{0t}}{\rho_{0p}C_{0p}}\right)}. \quad (16)$$

標的と弾丸の音響インピーダンス(密度×音速)の比と関係した量になっていることがわかる．標的と弾丸が同一物質の場合は， $\xi = 1$ となり，標的物質の音響インピーダンス¹が弾丸物質よりも大きい場合には $\xi < 1$ ，逆の場合は $\xi > 1$ となる．多くの場合は音響インピーダンスの比は大きくないので，厳密な議論をしない限りは $\xi = 1$ と考えてもよい．

発生圧力 P_0 は以下のように規格化することで，衝突速度 v の1次式と2次式の和で表される．

$$\frac{P_0}{\rho_{0t}C_{0t}^2/s_t} = \left(\frac{v}{2C_{0t}/s_t\xi}\right) + \left(\frac{v}{2C_{0t}/s_t\xi}\right)^2. \quad (17)$$

分母は物質定数となっている．衝突速度が小さい(音速より小さい)ところでは2次式の方が目立たなくなり，圧力は衝突速度の1次式になる．衝突速度が音速より非常に速い場合は衝突速度の2乗に近くなる．興味の対象となるこの規格化速度 $X = v/(2C_{0t}/s_t\xi)$ の範囲は $0.1 < X < 10$ の間である．そこでそのような範囲で式(17)を近似できるような式を作ると以下のようになる．

$$P_0 \approx \frac{2\rho_0C_{0t}^2}{s_t}\left(\frac{v}{2C_{0t}/s_t\xi}\right)^a. \quad (18)$$

1. 物質の堅さの程度と考えてよい．

a はおおよそ1.75という値をとる²。

2.2 衝撃圧力の減衰

衝撃圧は isobaric core から球状に広がって減衰していく。

$$P = P_0(r/L_p)^{-b} \quad (19)$$

核爆発の実験結果を見ると、 $b = 3$ に近い結果を示している。ここでは $b = 3$ と仮定してみる。

$$\begin{aligned} P(r) &= P_0(r/L_p)^{-3} \\ &= P_0 L_p^3 / r^3 \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、 I を以下で定義する。

$$I = P_0 L_p^3. \quad (21)$$

$P(r)$ はこの I の値が同じであれば等しくなり、同じ現象が起こると予想される。 I はエネルギーの次元を持つので、late-stage effective energy と命名された。 P_0 に式(18)を用い、 I を近似的に書きなおしてみると、

$$I \propto v^a L_p^3 = (L_p v^{\frac{a}{3}})^3. \quad (22)$$

ここで、近似的に $a=1.75$ であったので $a/3=0.58$ となる。これはDienes and Walshが数値実験で発見した式(2)での $\alpha = 0.58$ と同じ値である。つまり彼らが late-stage equivalence と呼んだ経験則は、理論的にはこのような物理メカニズムからやってくるものだと分かった。結局、高速度衝突による高圧力発生を記述する式(14)、その圧力の減衰を記述する式(19)を使えば、以下で述べるように、様々な高速度衝突現象をスケールリングすることが可能になる。これらのスケールリング則をまとめて、ここでは水谷スケールリングと呼ぶ(例えば、文献[6-8]を見よ)。すぐ後で述べるHolsappleらのスケールリングが単純に経験的なものであるのに比べ、水谷スケールリングは高速度衝突現象について物理学に基づいた発見的な手がかりを与えるものである。

2.3 Holsapple のスケールリング則

Holsappleは無次元量を組み合わせることで実験データをまとめ、スケールリング則を構築した(e.g. [9-11])。このHolsappleのスケールリング則が惑星科学者の間で

幅広く使用されている。彼はCoupling Parameter(カップリングパラメーター)、 C が衝突に際して重要なパラメーターであると述べている。

$$C = L_p v^{\mu} \rho_{0p}^{\nu}. \quad (23)$$

μ, ν はスケールリングパラメーターで物質に依存し、実験データから決められる。これは水谷スケールリングでは、

$$C = L_p [v/(C_{0t}/s_t \xi)]^{a/b}, \quad (24)$$

に相当する。水谷スケールリングでは C は発生圧力が衝突速度の1乗と2乗の間のべき乗によるという近似を使っている。つまり弾丸や標的の音速の数倍といった衝突速度の場合はべき乗則が成り立つことは理論的には保証している(具体的にはおおよそ $0.5 < v/(2C_{0t}/s_t \xi) < 10$ の範囲[8])。しかし、これを非常な高速域ではそのまま使ってはならないことを水谷スケールリングは主張している。一方Holsappleは適用範囲を掲げず、この式をあらゆるところで成り立つかのように示している。多くの方はみなHolsappleのスケールリングを使用しているが、彼のスケールリング則は物理的な意味は述べられていない。しかし水谷スケールリングは物理的な意味を明確にしておき、成り立つ条件もはっきりさせている。ただし、どうしてもたくさんの人に使用されていないスケールリング則なのかというと、水谷スケールリングには音速 C_t や s_t や ξ といった物性定数が入っている。これらの値があらかじめ分かっている必要はなく、これを測るにはひと手間かかる。すなわち使いにくい式であることは確かである。Holsappleのスケールリングのように密度 ρ_{0p} と速度 v だと扱いやすい。扱いやすいが、ものの性質が入ってなくて圧力が決まるということはおかしいことであろう。物性情報が入っているのが水谷スケールリングだが、扱いづらいうからなかなか多くの人には使われないのであろう。しかし、論理的な観点からは水谷スケールリングの方が優れていると私は考える。

3. 衝突破壊現象

小惑星同士が衝突したときに、どのような条件で小惑星が破壊されるかという条件を考える。

2. 右辺ははじめにでてくる係数 2 と a は最小二乗法で決定された定数。 $0.5 < X < 10$ の速度範囲では a は1.6-1.8となる[8]。

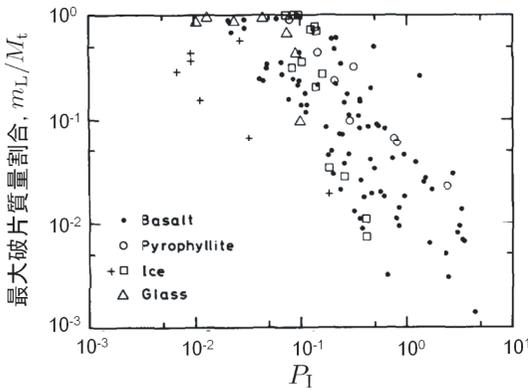


図2：最大破片質量割合と無次元衝突応力の関係。([8] に基づく。)

3.1 無次元衝突応力, P_1

圧力は衝突点からの距離の3乗に反比例して伝播すると考える。衝突点と反対側 $r = L_t$ での圧力は、

$$P(L_t) = P_0(L_p/L_t)^3. \quad (25)$$

この圧力が標的の破壊強度 Y よりも大きい場合に、標的はカタストロフィックに破壊されるとする。

$$\frac{P_0(L_p/L_t)^3}{Y} \gg 1. \quad (26)$$

この左辺の大きさが標的に与えるダメージを表す量だと考え、これを無次元衝突応力 (Non Dimensional Impact Stress, NDIS), P_1 と定義する。

$$P_1 \equiv \frac{P(L_t)}{Y} = P_0 \frac{L_p^3}{YL_t^3}. \quad (27)$$

P_1 は無次元数である。

3.2 衝突破壊による破片

衝突によって生成された最大破片の質量 m_L を元の標的の質量 M_t で割った値 (最大破片質量割合) が破壊の程度を表す1つの指標となる。これは弾丸の初期運動エネルギーを標的の質量で割ったエネルギー密度 (標的の単位質量あたりに分配されるエネルギー) で整理されることが多い。エネルギー密度が小さい場合は、標的は破壊されず最大破片質量割合は1をとる一方、エネルギー密度が次第に大きくなると、標的は破壊され最大破片質量割合も小さくなる。破壊される領域では、最大破片質量とエネルギー密度にはベキ乗則の関

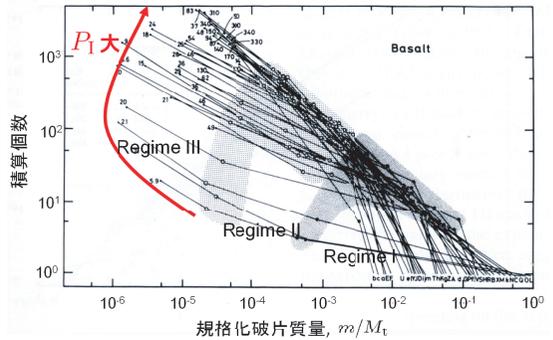


図3：玄武岩標的を用いた衝突実験で生成される破片のサイズ分布。横軸は破片の質量 m を元の標的質量 M_t で規格化したもの、縦軸は m より質量の大きな破片の累積数を表す。ハッチの領域は Regime I と Regime II, Regime II と Regime III の境界の範囲に対応する。([8] に基づく。)

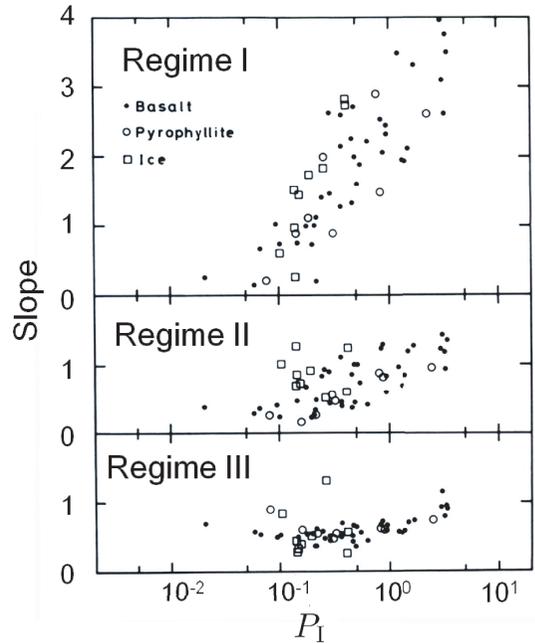


図4：それぞれのRegimeのサイズ分布の傾きと無次元衝突応力の関係。縦軸のSlopeはそれぞれのRegimeで式(29)から求まる傾きの値を表す。([8] に基づく。)

係があることが知られており、標的物質によって破壊されるのに必要なエネルギー密度は異なっている。図2は最大破片質量割合を無次元衝突応力 P_1 を用いて整理したグラフである。衝突速度 (ここでは 10 m s^{-1} - 3 km s^{-1}) や標的物質の違いによらずプロット点はほぼ同じような場所に位置している。すなわち P_1 を用いれば、標的物質の違いによらず最大破片の質量を予

測できるということがわかった。ここに示されているデータを用いて、以下の経験式が得られた³。

$$\frac{m_L}{M_1} = 10^{-1.627 \pm 0.061 P_1^{-0.936 \pm 0.068}} \quad (28)$$

次に衝突破壊で得られる破片のサイズ分布を見る。図3は破片のサイズ分布のグラフである。曲線一本一本がそれぞれの実験結果であり、 P_1 値の異なる実験の結果を一緒にプロットしている。矢印の向きに進むほど P_1 の値が大きい実験結果である。破片の小さな領域では、どの実験でも P_1 によらず曲線は平行になっており傾きはほぼ等しい。この領域をRegime IIIと名づける。この領域は小惑星の大きさや月のクレーターの大きさのサイズ分布と似ている。破片の大きな領域の曲線は P_1 によって異なる。この領域はRegime Iと名づける。激しい衝突、すなわち P_1 が大きい場合は、曲線の傾きは急になる。穏やかな衝突、すなわち P_1 が小さい場合は標的はほとんど壊れず m_L/M_1 は1に近く、次いで小さな破片がわずかにできるといったゆるやかな曲線となる。

破片のサイズ分布はベキ乗則に従っていると仮定する。

$$N(> m) = C_3 m^{-\gamma} \quad (29)$$

ここで N は破片質量 m よりも重い破片の積算個数を表す。破片の大きな領域(Regime I)と破片の小さな領域(Regime III)とその中間領域(Regime II)での曲線の傾き γ をそれぞれ求め、 P_1 との関係を見たのが図4である。Regime IIIでは γ の値は0.67(=2/3)に近い一定の値をとっている。Regime Iでは P_1 が大きくなるにつれ γ も大きくなり両者に関連性が見られる。中間の領域(Regime II)ではデータはばらついている。領域によっては傾き γ は P_1 の関数で表せられるので、 P_1 を知ればサイズ分布も予測できるのではないかということが示唆された。

次に、破片の速度について見る。ここでは反対点での破片の速度 v_a (Antipodal Velocity)を考える。Rinehart(1975) [12]によると飛び出す破片の速度は以下となる。

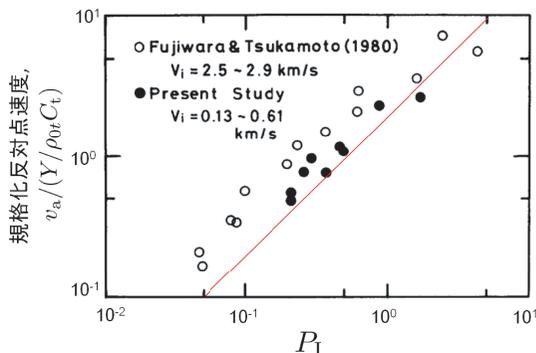


図5：規格化反対点速度と無次元衝突応力 P_1 の関係。白丸のプロットは衝突速度が2.5-2.9 km s⁻¹の実験結果であるのに対し、黒丸のプロットは衝突速度が0.13-0.61 km s⁻¹の実験結果である。実線は傾き1を示す線を表す。([8] に基づく。)

$$v_a = \frac{1}{2\rho_0 L_1} \int_0^{2L_1/C_t} \sigma(t) dt \quad (30)$$

ここで L_1 は破片の厚さ、 $\sigma(t)$ は時間の関数で応力を表す。一般的に、 $\sigma(t)$ を推定することは難しいため右辺は積分不可能である。衝突の場所から最も遠い標的の場所での応力の振幅を $P(L_1)$ とすると、 $\sigma(t)$ は波形を表す関数を $f(t)$ とすれば $P(L_1) f(t)$ と表せる。よって上式は以下で書きかえられる。

$$v_a = P(L_1) \bar{f} / \rho_0 C_t \quad (31)$$

$$\bar{f} = \frac{C_t}{2L_1} \int_0^{2L_1/C_t} f(t) dt$$

これより、

$$v_a \propto Y P(L_1) / \rho_0 C_t Y = (Y / \rho_0 C_t) P_1, \quad (32)$$

$$v_a / (Y / \rho_0 C_t) \propto P_1.$$

このように速度を $V^* = Y / \rho_0 C_t$ で規格化すれば、 P_1 が再び登場し、 P_1 は破片の飛び出す速度と関連する重要なパラメーターであることが分かった。これを実験的に確かめたものが図5である。反対点の破片速度を規格化した $v_a / (Y / \rho_0 C_t)$ と P_1 には比例関係が見られ、理論と矛盾はなかった。

以上のように無次元衝突応力、 P_1 は衝突破壊を考える上で有用なパラメーターであることがわかった。こういったことから、高速の物体が惑星表面にぶつかったときにどのような破壊現象が誘発されるかを予測する枠組みができたのではないかと私は考えている。

3. 図2の+ マークはやや他のものに比べずれている。これはこの標的が異方性を持っていることに起因しているのかもしれない。この場合本解析を適用するのは不適當であり、経験式を出す際にはこのデータ点は除外している。

謝 辞

本原稿を仕上げる際に有益な助言をいただいた中村昭子氏に感謝いたします。また本原稿執筆の貴重な機会を与えてくださった千秋博紀氏に厚くお礼申し上げます。

参考文献

- [1] 竹内均, 水谷仁, 1966, 科学 36, 392.
- [2] Gault, D. E., 1973, *The Moon* 6, 32.
- [3] Dienes, J. K. and Walsh, J. M., 1970, Theory of impact: Some general principles and the method of Eulerian codes. In: Kinslov, K. (Ed.), *High-Velocity Impact Phenomena*, 45 (New York: Academic Press).
- [4] 水谷仁, 1980, クレーターの科学, (東京大学出版会).
- [5] Melosh, H. J., 1989, *Impact Cratering: A Geologic Process*, (Oxford Monographs on Geology and Geophysics).
- [6] Mizutani, H. et al., 1983, *J. Geophys. Res. (Proc. 13th Lunar Planet. Sci. Conf. Part2)* 88, A835.
- [7] 水谷仁, 藤原顕, 1984, 第13章 惑星をこわす, In: 長谷川博一, 大林辰蔵(編) 現代の太陽系科学(上), (東京大学出版会).
- [8] Mizutani, H. et al., 1990, *Icarus* 87, 307.
- [9] Holsapple, K. A., 1981, *EOS Trans. AGU* 62, 944.
- [10] Holsapple, K. A., 1983, *Lunar Planet. Sci. XIV*, 319.
- [11] Holsapple, K. A. and Schmidt, R. M., 1987, *J. Geophys. Res.* 92, 6350.
- [12] Rinehart, J. S., 1975, *Stress Transients in Solids (Hyper Dynamics)*.