DEM による粉体衝突シミュレーション

和田浩二¹,千秋博紀²,松井孝典¹

粉体層における衝突クレーター 形成

微惑星の衝突・集積によって進化してきた太陽系天体 を考えるうえで衝突過程が重要であることは論を待た ない.固体天体上には様々な大きさ・形状の衝突クレー ターが見られ、また最近の小惑星・彗星探査によって も重力の小さな小天体上のクレーターも詳細に観測で きるようになってきた.クレーター形成過程やそれに 伴う放出物(イジェクタ)の放出・堆積過程を理解す ることは、クレーター地形の形成過程を理解するのみ ならず、衝突天体や標的天体の内部構造を明らかにす ることにも通じ、太陽系天体の進化を考える上で重要 である.

これまで、衝突クレーター形成過程やイジェクタ放 出過程を理解するために有効な方法として、砂やガラ ス粒といった粉体層への衝突実験が行われてきた(例 えば[1, 2]).粉体層をターゲットに用いることには 以下の意味合いがある.一つには、粉々に破砕された 岩石片が降り積もったものであるレゴリス層への衝突 を直接模擬できるということである.またもう一つに は、物質強度より重力が支配的になると考えられてい る比較的大きな衝突過程を理解すること(スケーリン グ則の確立)に繋がると期待される.これは、乾いた 砂では強度はほぼ無いに等しいために、いわゆる重力 支配領域の衝突過程を模擬できると考えられているか らである.さらに、イジェクタは衝突の際生じる衝撃 波によって破壊された細かな岩石片からなるため(こ れがレゴリス層を形成するのであるが)、粉体層への

1. 東京大学大学院新領域創成科学研究科

衝突によって放出される粒子はイジェクタの良いアナ ロジーになると考えられる.以上のような背景から粉 体層への衝突実験が盛んに行われているわけであるが, "一瞬"(<<1秒)で終わってしまう衝突過程に おける細かい粒子の運動の測定には困難さがついて回 る.また,素過程を理解するためには重力や空隙率と いったパラメーターを自由にコントロールしたいがそ れも難しい.そういった困難さを補い衝突過程を理解 するために,数値シミュレーションを行うことは有効 な手段である.数値計算ならば基本的に任意のデータ が取得可能であり,パラメーターも自由に与えられる.

近年のコンピューターの計算能力の飛躍的な向上に よって、衝突クレーター形成過程の数値シミュレーショ ンが盛んに行われている.ただし、従来の数値シミュ レーションは、媒体を連続体として計算する流体計算 コード(いわゆるハイドロコード)によるものであっ た[3].粉体粒子の挙動をシミュレートするためには、 粒子の離散性(接触していた粒子が離れた途端に力が 働かなくなる)や回転、それから粒子間の摩擦や空隙 を的確に表現できなくてはならず、こういったことは ハイドロコードでは困難である.

ハイドロコードでは扱いが難しい粉体の挙動解析を するシミュレーション手法として, Distinct Element Method (日本語では個別要素法,離散要素法,粒子 要素法, などと呼ばれる.また広義には Discrete Element Method と呼ばれる.いずれにしても DEM と略される.)が知られている.DEM は,Cundall [4] によって提唱された数値シミュレーション手法であり、 粉体工学や土質力学など広く工学の分野で70年代から

^{2.} 海洋研究開発機構地球内部変動研究センター

開発・発展してきた[5].地球科学では、土石流やが け崩れなどのモデルに用いられ[6]、また惑星科学に おいても、ダストの付着成長のモデルに用いられてき た[7].DEM は、単純に個々の粒子の運動を計算し ていくことで粉体の挙動をシミュレートするものであ る.したがって粉体層への衝突およびイジェクタの運 動を的確にシミュレートし得ると期待される.

そこで, 我々は DEM による粉体層への衝突の数値 シミュレーションを試みている.以下では,用いてい る DEM モデル及び衝突シミュレーションの詳細を示 すと共に,シミュレーションの結果がこれまで行われ てきた室内実験の結果と調和的であることを示す.さ らに,シミュレーションを用いて掘削流のモデルであ る Z-モデルを検証した結果にもふれ,このシミュレー ションの有用性を示す.

2. DEM モデル

DEM においては、各時間ステップごとに(1)接触粒 子のペアを探し、(2)接触粒子による粒子間相互作用力 を求め、(3)それを基に各粒子の運動方程式を解くこと で粒子の運動を計算していく.このように手続きは極 めて単純であるが、粉体挙動をシミュレートする上で 次のようなメリットがある.

- ・当然ながら,まさに粒子一つ一つの運動を直接計算 することで粒子の離散性を表現することが可能である.
- ・接触粒子間の相互作用を直接計算するので,粉体層 を記述する構成方程式がいらない.
- ・個々の粒子にかかる力のモーメントを計算することで、粒子にかかる摩擦力や粒子の回転運動を計算できる.
- ・粉体層内の空隙を直接表現できるので、空隙率の影響を考慮したシミュレーションが可能である.
- ・サイズ分布・形状分布を持った粒子群を取り扱うことが可能である。
- ・粒子の挙動を直接室内実験の結果 (例えばイジェク

タ速度分布)と比較することによって、シミュレー ションの妥当性を検証することができる.

ただし、デメリットももちろんあり、その最大の懸 念は計算機の能力である.多数の粒子を扱うためには 大量のメモリと高速の演算能力が必要である.また粒 子にサイズ分布があったり形状が球ではない場合には、 接触粒子のペアを探すのにより多くの時間が必要とな る.我々は、扱う粒子を衝突粒子を除いて全て同径球 とし、さらに計算を並列化して行うことで3次元・ 384,000個の粒子からなるターゲットへの衝突計算を 可能にしたが、今後のコードの改良と計算機能力の向 上によってさらに多くの粒子を扱えるようにすること が望まれる.

以下では我々のシミュレーションにおいて用いた接 触粒子間相互作用力モデルについて述べる([5]参照).

粒子間相互作用力モデルとして、バネとダッシュボッ トが平行に繋がったいわゆるフォークトモデルを用い、 接線方向には摩擦スライダーも導入する(図1).バネ は粒子間に働く弾性力を表現し、ダッシュポットは非 弾性衝突によるエネルギー散逸を実現するものである. また、接線方向の作用力によって摩擦力が働くことに なるが、摩擦スライダーの導入によりクーロンの摩擦 則を表現するようになっている.粒子は変形しない剛 体であるが、接触粒子間では少量の重なりを許し (soft sphere model)、その重なりの変位量に応じてバ ネの弾性力を与える.またダッシュポットによる粘性 抵抗は、粒子の相対速度に比例して与える(ダッシュ ポットはエネルギー散逸を現象論的に表現するために



図1:接触粒子間の相互作用力モデル.(a)法線方向. (b)接線方向. 便宜上導入するもので、その「粘性」は物性値として の粘性と必ずしも一致しない).以上から、接触粒子 間に働く法線方向の力 f_aと接線方向の力 f_aを次のよ うに与えることになる.

$$f_n = -k_n d_n - v_n \tag{1}$$

$$f_s = -k_s d_s - s v_s \tag{2}$$

ここで、*k*はバネの弾性定数, はダッシュポットの 粘性係数.*d*は接触粒子の重なり距離(変位)で,*v* は相対速度である.(注意:重なり変位は接触期間中積 分される.これは後に述べる接線方向の摩擦力を実現 する上で重要.)各変数の添字*n*と*s*はそれぞれ法線 方向と接線方向の変数であることを示す.接触してい る全ての粒子から受けるこれらの力を求め,並進およ び回転の運動方程式を解くことによって粒子の運動を 計算することができる.粒子間に働くファンデルワー ルス力などの付着力は,該当する項を式(1)(2)に加え ることでモデルに入れることができる.しかしここで は,話を簡単化するために付着力は導入しない.また, 粒子形状の非対称性(真球からのずれ)に由来する回 転抵抗も考慮しない.

法線方向のバネの弾性定数は、半径 r_i, r_jの2つの 粒子 i, jが接触しているとき、ヘルツの弾性接触理 論 (例えば[8])によって以下のように与える.

$$k_n = \frac{4}{3\pi} \left(\frac{1}{\delta_i + \delta_j} \right) \left[\frac{3\pi}{4} (\delta_i + \delta_j) \frac{r_i r_j}{r_i + r_j} P \right]^{\frac{1}{3}}$$
(3)

ここで、 δ_i 、 δ_j は、ポアソン比 ν とヤング率Eを用いて

$$\delta_i = \frac{1 - \nu_i^2}{\pi E_i}, \ \delta_j = \frac{1 - \nu_j^2}{\pi E_j}$$
(4)

と表される物性値による定数.また *P* は粒子 *i*, *j* 間 に働く弾性力である.*k*_n は各時間ステップにおいて, 一つ手前のステップにおける *P* を用いて逐一計算さ れる.このようにヘルツの理論を用いることで,*k*_n はヤング率やポアソン比という既知の物性値であらわ される.*k*_sを与えるに際しては,簡単のために *k*_n と *k*_sの比が縦弾性係数とせん断弾性係数の比 1 2(1+ν) と等しいと仮定して、k。を

$$k_s = \frac{1}{2(1+\nu)}k_n \tag{5}$$

で与える.

ダッシュポットの粘性係数は,線形の減衰振動方程式

$$m\ddot{x} = -kx - \eta \dot{x} \tag{6}$$

の解を利用して与える.ここで, mとxはバネとダッ シュポットで繋がれた二つの接触球の換算質量と相対 変位である.衝突時に自然長だったバネが縮み再び自 然長に戻るまでを衝突による接触期間と考えると,自 然長における速度の比から反発係数 が衝突速度によ らず以下のように与えられる.

$$\varepsilon = \exp\left(-\pi \frac{\eta}{\sqrt{4mk - \eta^2}}\right)$$
 (7)

これを について解くと,

$$\eta = 2\sqrt{\frac{mk}{1 + (\pi/\ln\varepsilon)^2}} \tag{8}$$

このように を用いて を決めるため,本研究の接触 粒子間相互作用力モデルは,与えた反発係数に応じた 非弾性衝突を実現することになる.

摩擦力は接線方向の力で与えられるが、この際クー ロンの摩擦則を満たすべく摩擦係数µを導入する.具 体的には、接線方向の弾性力が法線方向の弾性力のµ 倍を超えた場合、接線方向弾性力を法線方向弾性力の µ倍に留めるということにする.モデルとしては、こ のような「すべり」を許す摩擦スライダーを導入した ことになる.粒子間に接線方向の相対速度があってか つ接線方向の弾性力が十分大きければ、摩擦係数が一 定という動摩擦のよいモデルとなっている.また、静 止状態でも接線方向の弾性力があれば摩擦が働くので 静止摩擦も表現される.ただし、静止摩擦係数と動摩 擦係数の区別はつけていない.また、摩擦係数は速度 によらず一定としてある.

以上のように与えられる接触粒子間相互作用モデル においては、結局のところ反発係数と摩擦係数がキー パラメーターであるといえる.

3. DEM による衝突シミュレーション

以下では、 衝突シミュレーションによるクレーター 形成過程の様子を示す. 初期条件として, 直方体の箱 (20cm × 20cm × 7cm)の中に、半径1mmの同径球(石 英の物性値を使用) 384,000個を自由落下で堆積させ, これをターゲットとする (図2). 空隙率は約43%とな り、これはゆるやかに詰めた砂と同程度である.この ターゲットに半径3mm の粒子(アルミの物性値を使 用)を衝突速度300m/sで垂直に衝突させたときのクレー ター形成過程の断面スナップショットを図3に示す. ここでは粒子間の反発係数を0.4、摩擦係数を0.5とし た.また,重力加速度は9.8m/s²とした.ターゲット の壁面での反射波の発生を極力抑えるために、壁面の 反発係数は0に設定している.本研究ではコードを並 列化した上で海洋研究開発機構の大型計算機で計算を 行っているが、それでも計算には時間がかかる (~1 週間)ため、崩壊する前の最大クレーターであるトラ ンジェントクレーターがほぼ形成された段階で計算を 終了させる.



図 2 : ターゲットの初期状態の断面図.示されている衝突粒 子は半径3mm.

図3から,お椀型のクレーターが形成される様子が 分かる.すなわち,初期には孔が半球状に広がってい くが (図3a),やがて深さが最大に達し (図3b),その 後は側面が広がって,ついにはトランジェントクレー ターが形成される (図3c) ことが見て取れる.また, まばらではあるが飛び出したイジェクタ粒子が逆円錐 形のイジェクタカーテンを形成していることも見える. なお,ターゲットの深さを倍にしたシミュレーション においてもクレーターの深さに変化は見られなかった ため,クレーターの深さが決まる上でターゲットの底



図3:半径3mmの衝突粒子が300m/s で衝突した際のクレーター形成過程のスナップショットを断面図で表示したもの。各々衝突後(a)5ms,(b)25ms(深さ最大に達した時),(c)40ms(トランジェントクレーター形成).

の影響はないと考えられる.

4. シミュレーションと実験の比較

この節では、シミュレーションによって得られる結 果を室内実験の結果と比較した例を示す.具体的には クレーターの半径とイジェクタ放出速度分布の2つに ついての比較を示すが、いずれもシミュレーション結 果は実験結果と調和的である.

4.1 クレーター半径

次元解析から得られる スケーリング[1]を用いて, クレーター半径の比較を行なう.重力支配領域におい ては、2つの無次元数 $_R=R(_t/m_P)^{1/3} \ge _2=3.22$ ga/U^2 が冪乗則の関係にあるとされる.ここで,R, p_t , m_p , a, U, g は各々クレーター半径, ターゲットの バルク密度, 衝突粒子の質量, 衝突粒子の半径, 衝突 速度,重力加速度である. $_R$ は規格化されたクレー ター半径を意味し、 $_2$ は衝突粒子の初期運動エネル



図4: π スケーリングのパラメーターである $\pi_2 \ge \pi_R \varepsilon \mathscr{T}$ ロットした図.黒丸が本研究のシミュレーション結果 (U= 100,300,600m/s,a= 2,3,4mm, ε = 0.4, μ = 0.5).黒線はそのフィッティングライン: π_R = 0.89 $\pi_2^{-0.165}$.3本の点線は各々実験から得られたスケー リング則.Quartz sand[1]: π_R = 0.71 $\pi_2^{-0.175}$,Dry sand[9]: π_R = 0.84 $\pi_2^{-0.17}$,Wet sand[9]: π_R = 0.8 $\pi_2^{-0.22}$.

ギーに関係した量である. 図4においてシミュレーショ ン結果は,乾いた砂 (Dry sand, Quartz sand) への衝 突実験で得られたスケーリング則[1,9]と良く一致し ていることが分かる.特に スケーリングによれば, 冪の値はエネルギーの散逸の程度を表す[9].このこ とから我々のシミュレーションは,形成されるクレー ターのサイズだけでなく,エネルギーの散逸過程に関 しても乾いた砂への衝突実験を再現できていることが 分かる.

4.2 イジェクタ放出速度分布

イジェクタの放出速度と放出量の関係を示すものと して、ある速度以上で放出されたイジェクタの累積体 積の分布をプロットしたものが、図5である.放出速 度・体積は各々クレーター半径を用いて規格化してい る. この2つの変数の間には冪乗則があると考えられ ている[10].図5に示されるように、連続分布として 得られたシミュレーション結果は、低速領域・高速領 域ともに、実験結果[2, 11, 12]と調和的である.また、



図5: μ以上の速度で放出されたイジェクタの総体積 V(> μ)の分布.クレーター半径 R,重力加速度 gを用い て規格化した値でプロットしている.曲線が本研究の シミュレーション結果(U=300m/s, a=3mm, ε = 0.4, μ=0.5).高速領域で途切れているところは, 粒子1個の体積に相当する.一方,△,●,□は実験 結果,直線は低速領域の実験結果に対して得られたス ケーリング則を示す.

高速領域においては、Housenら[10]が実験結果から 得たスケーリング則から大幅に外れており、衝突点近 傍から放出される高速イジェクタに対しては別のスケー リング則の必要性が示唆される.

5. Z-モデルの検証

Maxwell[13]らによって提唱された Z-モデルは, 衝突クレーター形成時の掘削流を解析的に表現するモ デルである. 定常非圧縮流であることや粒子速度の動 径成分が距離の-Z乗(Zは定数)で減衰するという 簡単な仮定から、ある点(流源)からの流線が与えら れ、掘削領域の推定など様々なクレーターの解析に用 いられてきた.しかしながら,現実のクレータリング は非定常であるなど、Z-モデルが掘削流を適切に表 現できるか疑問である.これまで実験や数値計算にお いてこの Z-モデルの妥当性が検証されてきたが、実 験においてはターゲット内の運動を直接観察すること は困難であり、数値計算においても有限差分による連 続体近似計算のためにターゲット内粒子の運動追跡が 困難であった、したがって、これまでのところ、実際 にターゲット内の粒子が Z-モデルで予想される流線 に沿って運動する、ということは不明確であった、そ こで我々は、DEM による衝突シミュレーションによっ てこれを示すことを試みた[14]. イジェクタ放出過程 は、クレーター掘削流を反映したものであるから、前 節に示したようにイジェクタの速度分布が実験結果と 概ね調和的であることは、このシミュレーションによ る掘削流が妥当なものであることを保証していると考 えられる.

ここでは、最も特徴的な結果を示す.図6は、衝突 前のターゲット表面の高さを越えた粒子、即ちイジェ クタ粒子が初期にどの位置にあったかを示したもの で、ターゲット表面で放出された位置別に色分けし て表示した.同じ色の粒子はすべて表面の同じ位置 から放出されたことを意味する.これに Z-モデルの 流線 (Z=3)を重ねて見ると、粒子の色別分布と Z-



図6:ターゲット表面を越えた粒子の初期位置を放出位置別に色分けして表示したもの(U=300m/s, a=3mm, ε=0.4, μ=0.5). 衝突点から放出位置までの水平距離xをトランジェントクレーター半径 R(この場合, 4.95cm)で規格化した値に応じて色分けしている.重ねて表示されている曲線は、Z=3で,流源がターゲット表面にある場合のZ-モデルの流線.上端の半円は比較のために衝突粒子を表示したもの.

モデルの流線が良く一致していることが分かる.こ のことは、ターゲット粒子が Z-モデルで予想された 流線に沿って運動していること、即ち粉体層におけ る掘削流は Z-モデルでよく表現されることを示して いる.先に述べたように粉体層への衝突クレーター 形成過程は重力支配域のクレーター形成過程を模擬 するものである.したがって、本研究の結果は Z-モ デルが重力支配域における掘削流の簡便かつ良い近 似であることを示唆している.

6. 議論

クレーター径は、反発係数や摩擦係数にも依存する. これは、例えば反発係数を小さくとるとその分エネル ギー散逸量が大きくなるためにクレーター径が小さく なる、といったことで説明される.しかしながら、反 発係数および摩擦係数の値を大きく変えても(反発係 数を0.1~0.8、摩擦係数を0.1~0.9)、クレーター径の 変化は高々1割程度であった.また、クレーター半径 を用いて規格化したイジェクタ速度分布においては、 反発係数や摩擦係数の依存性はみられなかった.さら に、掘削流を見ても、反発係数や摩擦係数によってそ の形状はほとんど変化しなかった.以上のことは、ク レーター形成過程が、特に掘削段階において反発係数 や摩擦係数にあまり依存しないことを示唆している. 従って、掘削流は反発係数と摩擦係数が効かない程度 に隣接粒子間の相対速度が小さい「粒子群」流として 振舞うと考えられる.また、そのような粒子群流は非 圧縮流(Z-モデルの仮定)と考えられ、Z-モデル的 掘削流となることと符合する.ただし、空隙率がこの シミュレーションで示したターゲットのものより大き くなるとクレーター形成時における圧縮の効果が現れ [15]、非圧縮流ではなくなるだろう.またその際隣接 粒子間の相対速度も大きくなり、反発係数・摩擦係数 の依存性が顕著になると考えられる.

DEM による衝突シミュレーションの 今後

我々が行なった DEM による粉体層への衝突シミュ レーションの結果は、用いた DEM モデルが比較的簡 単ではあるが、実験結果と調和的であり、掘削流やイ ジェクタ放出過程の解析に有用であることが示された. ここで、本研究で用いた DEM モデルの改良すべき点 を幾つか指摘しておく.

本研究では粒子形状を真球とし、粒子同士の接触を 点接触としている.しかし粒子形状の非対称性(楕円 体であったり凸凹していたり)は、実効的な粒子間摩 擦力や固着力を大きくすると予想される.粒子形状の 非対称性を表現する方法としては回転抵抗を導入する ことが考えられる.

粒子間付着力(例えばファンデルワールス力)は, 粒径が小さいと重力に比して効いてくるはずであるから,付着力モデルの導入が必要である.最近の著者らの研究によれば,付着力を導入することで強度支配領域の衝突過程を理解することも可能であることが示唆されている[16].また,多数の粒子からなる粒子塊を 衝突させその影響を見る場合には,その衝突粒子塊が破壊される様を表現するためにも粒子間付着力モデル を吟味の上導入する必要がある.これをさらに推し進めれば,天体の衝突破壊をシミュレートすることにも 繋がると期待される. 本研究のモデルでは反発係数と摩擦係数は先に述べ たように速度によらないが,現実には速度依存性が見 られる.より詳細なモデルが必要であれば,反発係数 と摩擦係数に速度依存性を考慮すべきかもしれない.

現在のところ,熱を含んだ状態方程式を考えておら ず,散逸したエネルギーの行方は問題にしていない. また物性値が常に一定であるため,塑性変形や相変化 は考慮されない.こういった制約から,現段階では著 しい塑性変形を引き起こさない程度の比較的低速度 (数百 m/s)の衝突シミュレーションとなっている. これでも,特に掘削段階およびイジェクタ放出過程を 明らかにする上で十分有効なシミュレーションコード であると考えられるが,接触力モデルの改良や個々の 粒子に対する適切な状態方程式を導入することで,メ ルトの生成といったことについても議論できる可能性 があり,今後の課題である.

今後、DEM による衝突シミュレーションは,斜め 衝突におけるクレーター形状やイジェクタ放出過程の 解析や,空隙率が高いと考えられる小天体上の衝突過 程の解析,さらには微惑星や小惑星の衝突進化過程 (破壊・集積)のシミュレーションにも適用できると 期待される.

謝辞

査読者である城野信一氏には大変有益なコメントを 頂きました.深く感謝いたします.

参考文献

- Schmidt, R. M., 1980, Proc. Lunar Planet. Sci. Conf. 11, 2099.
- [2] Yamamoto, S., 2002, Icarus 158, 87.
- [3] Holsapple, K. A. and Housen, K. R., 2002, Proc. Lunar Planet. Sci. Conf. 33, #1857.
- [4] Cundall, P. A. and Strack, O. D. L., 1979, Geotechnique 29, 47.

- [5] 粉体工学会編, 1998, 粉体シミュレーション入門, 産業図書.
- [6] Campbell, C. S. et al., 1995, J. Geophys. Res. 100, 8267.
- [7] Dominik, C. and Tielens, A. G. G. M., 1997, Astrophys. J. 480, 647.
- [8] Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., 1970, Theory of Elasticity, 3rd edition, McGraw-Hill.
- [9] Schmidt, R. M. and Housen, K. R., 1987, Int. J. Impact Engng. 5, 543.
- [10] Housen, K. R. et al., 1983, J. Geophys. Res. 88, 2485.
- [11] Andrews, J. L. B., 1975, Report AFWL-TR-74-314.
- [12] Stöffler, D. et al., 1975, J. Geophys. Res. 80, 4062.
- [13] Maxwell, D. E., 1977, in Impact and Explosion Cratering, 1003.
- [14] Wada, K. et al., 2003, Proc. 36th ISAS Lunar Planet. Symp., 53.
- [15] Housen, K. R. and Holsapple, K. A., 2003, Icarus 163, 102.
- [16] 和田浩二ほか、2004、日本惑星科学会秋季講演 会予稿、11.