

# GRAPEで探る惑星宇宙

## —ブドウ畑でつかまえて—

小久保 英一郎<sup>1</sup>

### 1. ブドウ畑への誘い

学会や研究会で「計算にはGRAPEを使用しました」という発表を聞いたことがあるだろう。それは、惑星・月形成、惑星リングの構造、などの発表だったろう。GRAPEとは何だろうか。GRAPEとは東京大学で開発された重力多体問題専用計算機である。では重力多体問題専用計算機とはなんだろうか、そしていったいどのような計算をしているのだろうか。今回はこの疑問に答えるべく、GRAPEとそれによる惑星科学について書いてみたい。まず、重力多体問題とは何かについて紹介し、それを解くための計算機GRAPEについて紹介する。さらに、惑星科学で問題になる重力多体系の特徴についてまとめ、GRAPEによって明らかにされた成果について紹介する。そして、今後どのような成果が期待されるのかを展望したい。合わせて誰でも使える秘密のブドウ畑（GRAPEシステム）についても紹介しよう。

## 2. 重力多体問題

### 2.1 重力多体系

重力多体系とは多数の粒子が重力で相互作用する系である。重力多体系の進化は、ニュートンの運動の法則と万有引力の法則から、

$$\frac{d^2 \vec{x}_i}{dt^2} = \sum_{j \neq i}^N Gm_j \frac{\vec{x}_j - \vec{x}_i}{|\vec{x}_j - \vec{x}_i|^3} \quad (1)$$

という運動方程式で記述される。ここで、 $\vec{x}$ と $m$ は粒子の位置と質量である。この運動方程式を解き、重力多体系の進化や構造を調べることを重力多体問題と言う。天文学では銀河団、銀河、球状星団、散開星団などが重力多体系と考えられる。このような系を扱う学問分野を恒星系力学(stellar dynamics)と呼ぶ。

### 2.2 衝突系・無衝突系

重力多体系は大きく2種類に分けられる。重力多体系では粒子は他の粒子が作り出す重力場にしたがって運動する。考えている時間スケールで粒子が作り出す平均的な、言い換えれば、滑らかな重力場だけを考えていけばいい場合、その重力多体系を無衝突系と言う。一方、重力場はつぶつぶの粒子によって作られている効果が系の進化に効く場合、その系は衝突系と呼ばれる。この場合、衝突とは粒子どうしの2体重力散乱のことである。例えば、宇宙年齢の時間スケールで銀河は無衝突系であり、球状星団は衝突系である。対象とする重力多体系が衝突系か無衝突系かは、重力多体問題を考えるときに大切なことで、それによって問題の難しさは大きく違ってくる。また、後で述べるようにGRAPEを使う上でも重要である。

<sup>1</sup> 国立天文台理論天文学研究系

### 2.3 N体シミュレーション

重力多体系の運動方程式には、粒子数が3以上のときは解析的な解はない。粒子数が2の場合はケプラー問題と呼ばれ、その解析解はよく知られている。粒子数が3以上の場合、重力多体系の進化を調べるのに、最も直接的な方法はN体シミュレーションである。N体シミュレーションでは運動方程式(1)を数値的に積分し、粒子の軌道を計算する。近似がないのでいい手法なのだが、重力相互作用の項の計算量が多いという問題がある。N体シミュレーションでは、タイムステップあたりの重力相互作用の計算量は粒子数Nの自乗に比例する。すなわち $O(N^2)$ である。粒子の軌道の時間積分などの他の計算量はすべて $O(N)$ である。このため、多数の粒子を使うとすぐに現実的な時間で計算ができなくなってしまう。この問題を解決するために開発されたのが重力多体問題専用計算機GRAPEである。

## 3. 重力多体問題専用計算機 GRAPE

GRAPE (GRAVity PipelinE) はN体シミュレーションでもっとも計算量が多い、粒子間の重力相互作用を高速に計算する専用計算機である。GRAPEは1989年より、杉本らのグループにより東京大学教養学部で開発が始まった[1]。筆者も大学院時代にその開発に参加した。現在も牧野らのグループにより東京大学理学部で開発は続けられている。GRAPEプロジェクトの全様を知りたいなら、<http://astrogrape.org>を見ていただきたい。

### 3.1 GRAPE

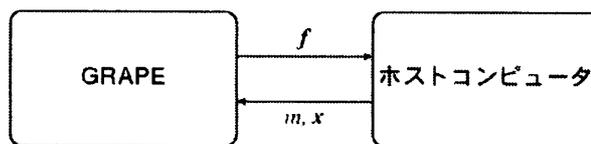
GRAPEは粒子間の重力相互作用を高速に計算するための専用パイプラインである。パイプラインでは流れ作業で重力相互作用を計算する。式(1)の中の演算をばらばらにして、それぞれの演算に

演算器を割り当て、演算の順番に並べてパイプラインを作る。1番目の演算器は粒子の相対位置( $\vec{x}_j - \vec{x}_i$ )を計算し、2番目の演算器は粒子間の距離( $|\vec{x}_j - \vec{x}_i|$ )を計算し、といった感じである。この場合、1個のCPUで計算するより、少なくとも演算器数倍だけパイプラインで計算した方が速い。さらにこのパイプラインを専用集積回路(LSIチップ)に詰め込むことで、速い動作周波数で演算をすることができるようになるので、計算は速くなる。

さらに、パイプラインを並列(パラレル)化することによって、パイプライン数倍だけ高速に計算することができる。これは、重力相互作用の計算は並列性がある、すなわち、ばらばらに粒子間の相互作用を計算して、後でまとめることができるためである。

GRAPEの正体は大規模並列化重力計算パイプラインなのである。GRAPEシリーズの最新機であるGRAPE-6は専用LSIチップ数3072個でピーク演算性能は実に100Tflopsに達する予定である。これは文字通り世界最速のスーパーコンピュータになる。

これまでに開発されたGRAPEシリーズには奇数系列と偶数系列の2系列がある。GRAPE-1・3・5の奇数系列は無衝突系用で、GRAPE-2・4・6の偶数系列は衝突系用である。無衝突系では2体散乱が効かないので、2粒子間の力の計算精度はあまり必要にならない。奇数系列GRAPEではその計算精度を落している。奇数系列は主に銀河(団)のN体シミュレーションに用いられ、偶数系列は主に球状星団、微惑星系のN体シミュレーションに用いら



計算量  $O(N^2)$     通信量  $O(N)$     計算量  $O(N)$

図1 GRAPEシステムの概念図

れている。この他にも重力だけでなく分子間力などの任意の中心力を計算できる、分子動力学用のMD-GRAPEもある。これは理化学研究所の戒崎らのグループによって開発されている。

### 3.2 GRAPEシステム

GRAPEはPCIバス経由でホストコンピュータ(ワークステーションやパソコン)につなげて使う。GRAPEを使って*N*体シミュレーションをするとどうなるか見てみよう(図1)。*N*体シミュレーションをしていて、粒子間の重力相互作用の計算のところにくると、ホストコンピュータからGRAPEに粒子の質量 $m_j$ と位置 $x_j$ を送る。すると、GRAPEで重力相互作用(重力加速度) $f_j$ が計算され、ホストコンピュータに送り返される。ホストコンピュータでは計算された重力加速度を使って、粒子の軌道を計算する。このような手順を繰り返して*N*体シミュレーションをすることになる。ホストコンピュータとGRAPE間の通信時間がボトルネックになるのではないかと心配するかもしれないが、送るデータは粒子数に比例する、つまり通信量はたかだか*O(N)*なので、*N*が十分大きければGRAPEでの計算時間の方が長くなるので、通信時間はあまり問題にならない。

### 3.3 GRAPEの使い方

GRAPEを使うのはとても簡単である。GRAPEを使うためのライブラリが整備されている。ユーザはGRAPEの関数を呼ぶという形でGRAPEを使うことになる。では実際のプログラムがどのようなになっているか、GRAPE-5を使う場合のC言語で書いたプログラムの例を紹介しよう。FORTRANのプログラムも基本的に同じである。*N*体シミュレーションの中でGRAPEを使う部分の基本プログラムは、例えば、

```
int nj; /* 粒子数 */
double mj[N], xj[N][3], aj[N][3], pj[N];
/* 粒子の質量, 位置, 加速度, ポテンシャル
   エネルギー */

g5_set_n (nj);
g5_set_mj (0, nj, mj);
g5_set_xj (0, nj, xj);

g5_calculate_force_on_x (xj, aj, pj, nj);
```

となる。これだけである。g5\_set\_\*関数で粒子数nj, 粒子の質量 mj, 位置 xjをGRAPEに送り、g5\_calculate\_force\_on\_xでGRAPEで粒子の重力加速度 ajとポテンシャル pjを計算し、その結果を受けとっている。このように、すでにあるプログラムを少し変更しただけですぐにGRAPEが使える、というのはGRAPEの大きな利点の1つである。

GRAPEとはどのようなものかわかっていただけたらだろうか。さらに詳しく知りたいならGRAPE開発チームによる解説書[2]を読んでいただきたい。

## 4. 惑星系重力多体系

### 4.1 惑星系重力多体系の特徴

惑星科学の中で重力多体系と考えられるのは、微惑星系や惑星リングの粒子系である。これらの系では粒子は中心天体のまわりを公転し、系の形は円盤状である。このような重力多体系を惑星系重力多体系と呼ぶことにする。惑星系重力多体系の粒子の運動方程式は、

$$\frac{d^2 \vec{x}_i}{dt^2} = -GM \frac{\vec{x}_i}{|\vec{x}_i|^3} + \sum_{j \neq i}^N Gm_j \frac{\vec{x}_j - \vec{x}_i}{|\vec{x}_j - \vec{x}_i|^3} + \vec{f}_{\text{col}} \quad (2)$$

となる。ここで*M*は中心天体の質量である。微

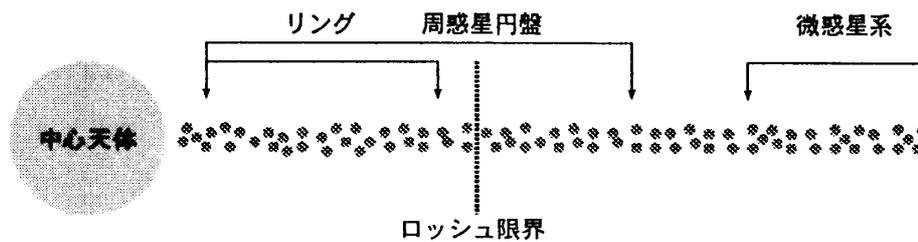


図2 ロッシュ限界と惑星系重力多体系.

惑星系の場合は太陽，リング粒子の場合は惑星が中心天体である．また， $\vec{f}_{col}$ は粒子の衝突・合体による速度変化の効果を表す．

惑星系重力多体系の特徴は，中心天体の強い重力場の中で粒子どうしが重力相互作用する，ということである．中心天体の重力が支配的なので粒子の軌道はケプラー運動に近い．粒子は中心天体のまわりを公転しながら，粒子間重力相互作用で軌道を乱し合う．軌道が乱されると，一般に円軌道からのずれは大きくなる，すなわち，軌道離心率や軌道傾斜角が大きくなる．

惑星系重力多体系は重力多体系の分類では衝突系になる．つまり，粒子の軌道は粒子どうしの2体重力散乱によって進化する．

惑星系重力多体系の重要な特徴は，粒子が有限の大きさを持っているということである．つまり，粒子どうしの物理的衝突やそれによる合体・破壊によっても系は進化する．これは，恒星系力学では考えられていない効果であるが，惑星系を考えると本質的なものである．

#### 4.2 ロッシュ限界による分類

惑星系重力多体系の衝突進化を考える上で，ロッシュ限界の位置は重要である．ロッシュ限界の位置は粒子の密度 $\rho$ ，中心天体の半径 $R_c$ ，密度 $\rho_c$ を使って

$$a_R = 2.46 \left( \frac{\rho}{\rho_c} \right)^{-1/3} R_c \quad (3)$$

と表せる．ロッシュ限界とは，粒子の自己重力と中心天体の潮斥力が釣り合う場所である．ロッシュ限界の内側では，中心天体の潮斥力が粒子間の重力より強いので粒子どうしは重力的に束縛されず，粒子は合体することができない．ロッシュ限界の外側では，粒子間の重力が中心天体の潮斥力よりも強くなり，粒子は重力的に束縛されることが可能になる．これは，系がロッシュ限界の内側にあるか外側にあるかで系の衝突進化が変わることを意味する．惑星リングはロッシュ限界の内側，原始月円盤などの周惑星円盤はロッシュ限界をまたぎ，微惑星円盤は，ロッシュ限界の外側である(図2)．惑星リングから衛星が集積されないのは，ロッシュ限界の内側にあるためである．

## 5. GRAPEが観た宇宙

GRAPEを用いた惑星系重力多体系の*N*シミュレーションによる最近の成果を紹介しよう．ここでは，惑星集積過程，月集積過程，惑星リング構造の3つの研究例をあげる．

### 5.1 惑星集積過程

太陽系の地球型惑星や木星型惑星の固体核は，微惑星が衝突・合体して形成されたと考えられている．この過程は惑星集積過程と呼ばれる．微惑星は太陽のまわりを公転しながらお互いの重力で軌道を乱し合いながら，ときどき衝突合体して成長する．微惑星の成長モードは暴走的である，す

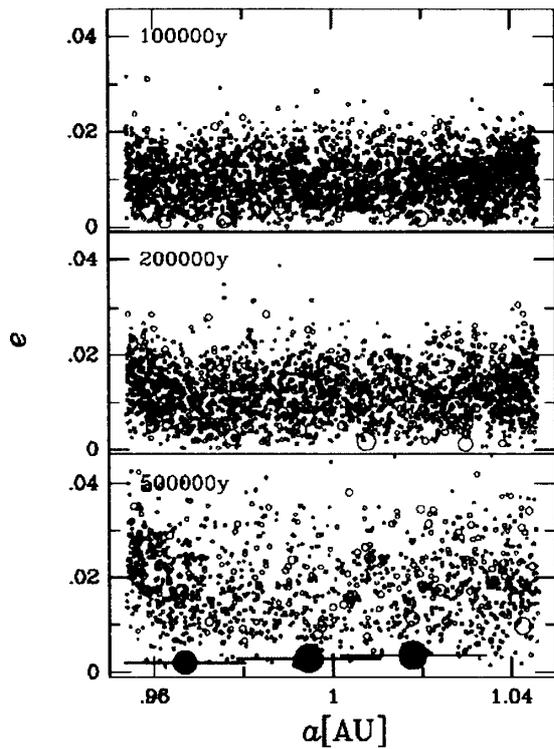


図3 微惑星系の軌道長半径 $a$ -軌道離心率 $e$ 面上での進化. 丸の大きさは微惑星の半径に比例している. 黒丸は原始惑星を示す. 原始惑星についている線の長さはヒル半径の10倍である.

なわち, 大きい微惑星ほど速く成長することが知られている.

小久保と井田は暴走成長によって形成された原始惑星がその後どのように成長していくかを調べ

た[3, 4]. 図3は初期に4000体の微惑星からなる系の $N$ 体シミュレーションの結果である. 50万年の間に $10^{26}g$ 程度の原始惑星が3体形成されている. 残りの微惑星は小さいままである. この原始惑星の間隔はそれぞれの原始惑星のヒル半径の5-10倍になっている. ヒル半径は軌道運動している天体の重力圏の大きさを表す. このように複数の同じような質量の原始惑星がある軌道間隔を保ちながら成長するモードを寡占的成長と言う. これは $N$ 体シミュレーションにより発見されたものである. 例えば, 地球軌道付近で形成される原始惑星の質量は地球質量の1/10倍くらいで, これは地球の完成には原始惑星どうしの巨大衝突が必要だということを示唆している.

## 5.2 月集積過程

月の起源として巨大衝突説が有力である. 巨大衝突説では, 原始地球に火星サイズの原始惑星が衝突し, 衝突によって地球軌道にばらまかれた破片から月が形成される.

図4は巨大衝突によって形成された周地球粒子円盤(原始月円盤)からの月集積のシミュレーションの例である[4, 5]. 原始月円盤の質量のほとんどは

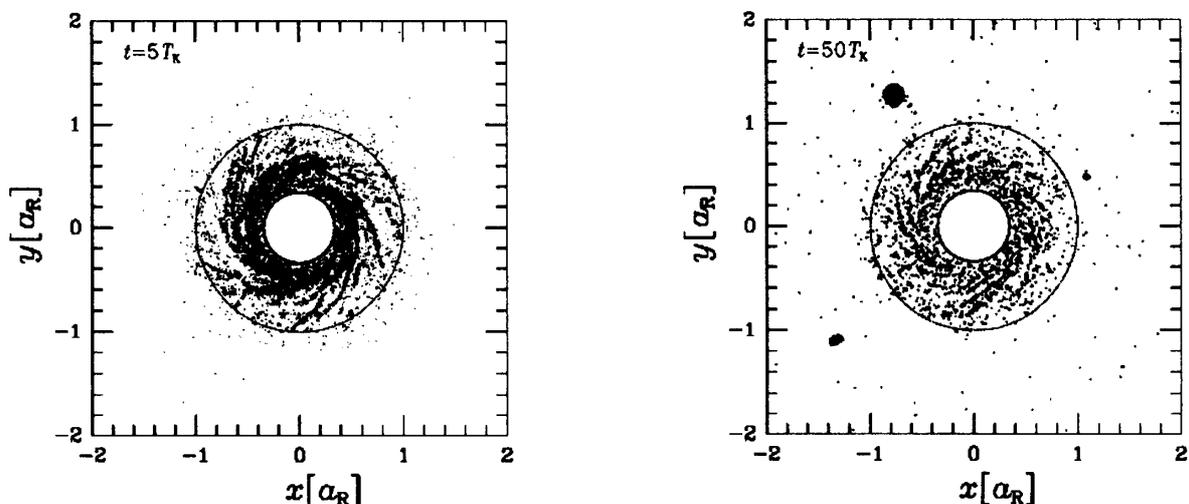


図4 原始月円盤の $t=5T_K$ (左),  $t=50T_K$ (右)のスナップショット. 点線の円はロッシュ限界の位置, 太線の円は地球を表す.  $T_K$ はロッシュ限界の位置でのケプラー周期で約7時間である.

初期はロッシュ限界の内側にある。粒子どうしの衝突によって、粒子の速度分散が小さくなるにつれて、円盤は重力的に不安定になり、粒子密度のむらが成長する。この密度のむらは円盤の差動回転により引き延ばされ、渦巻状になる(図4左)。この渦巻構造による重力トルクで円盤の質量の多くは地球に落ち、一部がロッシュ限界の外側に運ばれる。このロッシュ限界の外側に運ばれた粒子から、月が集積する(図4右)。初期円盤の質量が月質量の数倍でそのほとんどがロッシュ限界の内側にある場合、いつでも1個の月が形成される。その集積の時間スケールは1月であり、これは円盤の角運動量輸送の時間スケールでもある。この原始月円盤の進化は $N$ 体シミュレーションで初めて明らかにされたものだった。

### 5.3 惑星リングの構造

惑星リングは $m$ 以下の小さな粒子の集まりである。リングの構造を調べるということは、粒子の分布を調べるということになる。土星のリングには成因の良くわかっていない細かい縞構造、つまり粒子分布の疎密がある。リングはロッシュ限界の内側にあるので、粒子どうしは恒久的に重力的に束縛されることはない。リングは粒子どうしの自己重力と衝突によって進化する。リングの10-100kmスケールの円環構造は有名である。しかしボイジャーを使ったリングによる星の掩蔽の観測から、リングには100mスケールの微細構造もあることがわかっている。

図5はリングの一部を局所 $N$ 体シミュレーションを用いて計算した例である[6]。初期に一様分布だったリング粒子に縞状の構造が現れている。これは粒子円盤の重力不安定性に起因する構造で、 $N$ 体シミュレーションによって発見されたものである。この縞状の構造の典型的な大きさは、線形安定性解析から期待される重力不安定の波長の程度



図5 リングの $x-y$ 面(上)、 $x-z$ 面(下)の構造。粒子のサイズは1mで領域のサイズは500m×500m。

である。

この他にも重力不安定による微惑星形成過程の研究や、原始地球と原始惑星の巨大衝突のSPHシミュレーションなどがGRAPEを使って行なわれている。

## 6. 三鷹地下葡萄畑

GRAPEがどういうものか、どのように使うか、どういうことができるかはわかってもらえたらうか。それでは誰でもGRAPEを使うことができるのだろうか。答えは「はい」である。

### 6.1 MUV

国立天文台天文学データ解析計算センターではスーパーコンピュータの一般共同利用を行なっている。これは日本の研究期間に所属し、天文学の研究をするためなら誰でも使えるシステムである。

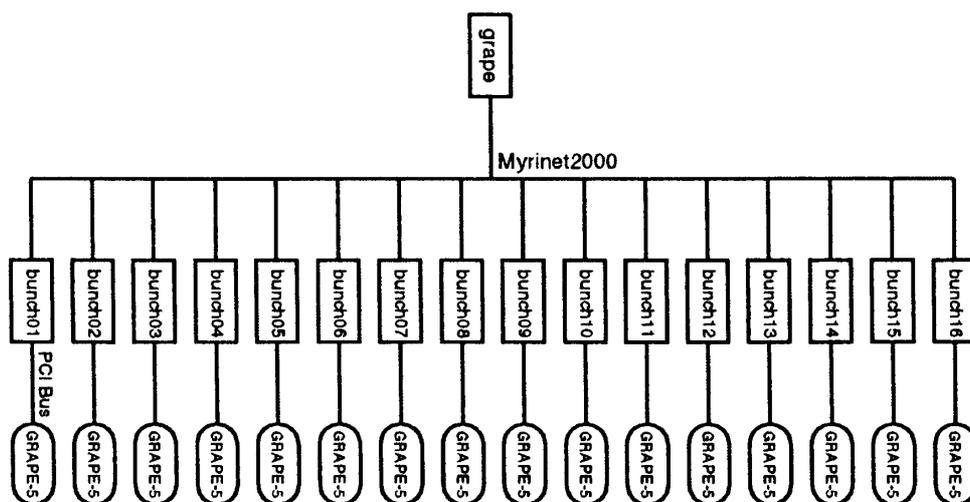


図6 MUV-GRAPEシステムの概念図。grape、bunch[01-16]はAlphaワークステーション。

ただし、研究のプロポーザルを通す必要はある。プロポーザルがレフリーに天文学的に意義のあるものと認められれば、使用を許可される(詳しくは <http://www.cc.nao.ac.jp> を参照して欲しい)。

2001年5月から本運用が開始された新システムの中心にあるのは並列ベクトルスーパーコンピュータVPP5000である。そして新システムのもう1つの目玉としてGRAPEシステムが導入された。それは天文台の地下にあり、MUV (Mitaka Underground Vineyard) と呼ばれ親しまれている (<http://www.cc.nao.ac.jp/muv>)。ここには無衝突系用GRAPEの最新機GRAPE-5が16台、高速ネットワークMyrinet2000で連携された16ノード32CPUのAlphaクラスタに連結されている(図6)。これはピーク演算性能0.7Tflopsの世界にも類を見ない、共同利用用の重力多体問題計算システムである。さらに、この冬には世界最速を誇る衝突系用の最新機GRAPE-6が8台導入される予定である。これは1台約1Tflopsという驚くべき性能を持つ。

## 6.2 晩夏の学校

さらに天文学データ解析計算センターでは、2001年晩夏に学部生や大学院生を対象とした「N体

シミュレーション晩夏の学校—2001: An N-Body Odyssey—」を開催する予定である。学校は合宿形式で行なう。その道の達人による重力多体系の物理の講義、N体シミュレーションの現地指導を予定している。もちろんMUVのGRAPEを実際に使用してもらう。N体シミュレーション初心者も安心して参加して欲しい。学校の終りには自分でN体シミュレーションをできるようになっているはずである。

ブドウ畑への道は開かれている。MUVはおもしろい研究テーマを持ったユーザに酷使されるのを待っている。

## 7. おわりに—惑星系をねらえ—

GRAPEとはどのようなものかわかっていただけだろうか。GRAPEはN体シミュレーションを高速に行なうための重力多体問題専用計算機である。惑星科学の分野でも惑星・衛星集積、リング構造といった問題は重力多体問題である。このような分野でGRAPEでどのようなことができるかを見てきた。ここでは最後に、これからGRAPEを用いて取り組むべき問題について簡単に紹介しておこう。

**連星系における惑星系形成** これまでの惑星系形成論は太陽のような単一星での惑星系形成を考えてきた。しかし、銀河系の恒星は7割以上が連星系だと言われている。連星系には惑星系は存在するのだろうか。連星の重力場の中で微惑星は形成されるのか、形成されるとすると合体成長できるのだろうか、そしてどのような構造の惑星系が形成されるのだろうか。これらの研究はまだ始まったばかりである。

**リングの大域シミュレーション** これまでのリングの $N$ 体シミュレーションは局所的な、つまり、リングの一部だけのシミュレーションばかりであった。しかし、リングの形などの大域的な構造や衛星との相互作用を見るためには、全リングを含んだような大域的なシミュレーションが必要である。天王星の楕円リングや海王星のリングのアーチ構造の起源など調べなければいけない課題は多い。

**衛星-リング系の形成** 衛星とリングは、どちらも同じ周惑星円盤から形成されたと考えられている。これまで月の集積に関しては研究があるが、それ以外の一般の衛星の集積についての研究は少ない。衛星の個数や衛星系の構造はどのような物理によって決まるのか、また、どのような条件のときにリングが形成されるのか、調べなければいけないことは山ほどある。

GRAPEは理論天体物理学者により開発された計算機である。それは観測家がより遠くを見たいた

めに大きな望遠鏡を作ることと同じである。より現実的な重力多体系を計算機の中で再現するために、高速な計算機を自ら作ったのである。GRAPEは $N$ 体シミュレーションを通して、より現実的な宇宙を見るための「理論の望遠鏡」なのである。GRAPEはこれからどのような新しい宇宙像を見せてくれるだろうか。楽しみである。知りたいと思う気持ちがあればブドウ畑への道は開かれている。次にブドウ畑で新しい惑星宇宙を最初に見るのは君かもしれない。

## 参考文献

- [1] 杉本大一郎, 1993, 手作りスーパーコンピュータへの挑戦, 講談社.
- [2] 杉本大一郎編, 1994, 専用計算機によるシミュレーション, 朝倉書店.
- [3] Kokubo, E., and Ida, S., 2000, *Icarus* 143, 15.
- [4] 井田茂, 小久保英一郎, 1999, 一億個の地球, 岩波書店.
- [5] Kokubo, E. et al., 2000, *Icarus* 148, 419.
- [6] Daisaka, H. et al., 2001, *Icarus* 投稿中.