

特集「氷衛星」

氷球の跳ね返り実験

比嘉道也¹, 荒川政彦^{2, 3}, 前野紀一³,

1. 惑星リングと反発係数

巨大ガス惑星に普遍的に存在する惑星リングは、惑星の周りをケプラー運動する多数の粒子で構成されている。リング粒子の軌道は互いに交差するため、衝突によって軌道が変化する。そのため、リング粒子の合体、跳ね返り、破壊の衝突現象は、リング粒子の軌道進化を決める重要な物理過程となる。もっとも古くから知られた土星のメインリングは、半径1cmから5mの幅広いサイズ分布を持つH₂Oの氷粒子で構成されている[1-4]。土星のメインリングの力学進化及び構造形成を理解するために、リング粒子の反発係数をパラメータとした理論的研究が行われている[例えば5-9]。反発係数は、跳ね返り速度と衝突速度の比として定義される。

土星リング温度環境下(～100K)での氷の反発係数は、Santa Cruz大学のBridgesとLinのグループによって測定された[10-15]。彼らは、現在の土星リングにおける物理状態から推定される衝突速度2cm/s以下での反発係数を測定するために、円盤の剛体振り子に氷球を固定し、振り子の周期を制御する手法によって0.015-2cm/sの低速度衝突を実現した。しかし、この手法で得られる反発係数は、実際の氷球の衝突の反発係数と異なる可能性が指摘されている[16, 17]。よって、氷球そのものの反発係数の測定は重要である。また、土星リングの進化を議論するためには、現在の土星リングでの衝突速度及び温度環境下での反発係数だけでなく、より幅広い速度、サイズ、と温度での氷球

の反発係数が必要となる。

本研究では、表面の滑らかな氷球の反発係数の衝突速度、サイズ、と温度の依存性を明らかにするために、氷球を氷ブロックに衝突させ、衝突速度1cm/s以上における氷球の鉛直方向の反発係数を測定した[18, 19]。実験から氷球の反発係数の速度依存性を求め、氷の衝突破壊強度の歪み速度と温度の依存性によって反発係数のサイズと温度の依存性を考察した。

2. 実験方法

実験は、表面の滑らかな氷球と氷ブロックをもちい、衝突速度($v_i = 1 - 1000\text{cm/s}$)、氷球半径($r_p = 0.14 - 3.6\text{cm}$)、温度($T = 269 - 113\text{K}$)条件下で行った(表1)。温度範囲269-245Kは低温室の室温を調節し、213-113Kは低温実験装置をもちいて、氷の温度を制御した。球と半無限体の衝突と近似できるように、氷球質量と氷ブロック質量の比は0.05以下とした。このとき氷球の反発係数は跳ね返り速度 v_r と衝突速度 v_i の比 $\epsilon = v_r/v_i$ で定義される。 v_r と v_i は、高速度ビデオまたはAcoustic-Emissionセンサーをもちいて計測した。衝突によって破壊が生じる場合は最大破片の垂直方向の跳ね返り速度を測定した。

3. 実験結果

3.1 衝突後の氷球と氷ブロックの破壊

衝突後の氷球の観察から、氷球の衝突様式をクラ

1 宇宙開発事業団

2 北海道大学低温科学研究所

3 ゲートマス大学

表 1: ϵ_{qe} と v_c の実験結果

Radius (cm)	Temperature (K)	ϵ_{qe}	v_c (cm/s)	Surface condition
3.6	261 ± 1.3	0.95 ± 0.04	22.7	frost-free
1.5	261 ± 2.0	0.89 ± 0.05	40.6	frost-free
0.8	261 ± 2.1	0.86 ± 0.09	54.0	frost-free
0.4	261 ± 2.1	0.79 ± 0.09	70.2	frost-free
0.14	261 ± 2.1	0.71 ± 0.09	124	frost-free
1.5	269 ± 1.8	0.89 ± 0.05	29.2	frost-free
1.5	245 ± 2.2	0.86 ± 0.08	77.6	frost-free
1.5	215 ~ 113 ± 2.5	0.87 ± 0.03 [§]	180 [†]	frosty

[§]The maximum value in NC types.

[†]The v_c was estimated from the velocity of the onset of ice fracturing.

ック等の衝突破壊を伴わないNC型 (No-Crack型), 破壊を伴うC型 (Crack型)とF型 (Fragmentation型)に分類した。C型とF型は, 氷球の最大破片と破壊前の氷球質量との比をもちいて, 95%以上の破壊をC型, 95%未満の破壊をF型と定義した。

3.2 反発係数の速度依存性

代表的な ϵ と v_i の関係を図1に示す。 ϵ の速度依存性は, 臨界速度 v_c をもちいて準弾性領域 ($v_i < v_c$) と非弾性領域 ($v_i \geq v_c$) に分けられた。準弾性領域での ϵ は一定値を示した。ここで, 準弾性領域の代表的な値としてNC型のデータの平均値 ϵ_{qe} を計算した。非弾性領域での ϵ は, v_i の増加とともに急激に減少し, ϵ の速度依存性は実験式,

$$\epsilon = \epsilon_{qe} \left(\frac{v_i}{v_c} \right)^{-\log \frac{v_i}{v_c}}, \quad (1)$$

で表せた。臨界速度 v_c はC型のデータの最小二乗法より決めた。 v_c は, 反発係数の速度依存性を分ける速度であると同時に, 氷の破壊がはじまる速度 (NC型とC型の境界の速度) にも一致した。このことは, 非弾性領域の速度依存性が氷の破壊と密接に関連していることを示している。

3.3 ϵ_{qe} と v_c のサイズと温度の依存性

表1に ϵ_{qe} と v_c のサイズと温度の依存性をまとめた。 ϵ_{qe} は半径 (r_p) の減少とともに 0.95 ± 0.04 ($r_p = 3.6$) から 0.71 ± 0.09 ($r_p = 0.14$) へ減少した。 ϵ_{qe} の温度依存性は見られなかった。 v_c は, r_p の減少とともに増加し, 温度の減少とともに228K以上で増加し, 228K以下で一定値を示した。ただし, 温度215 K以下の実験では, データ数が少ないこと, 氷の表面が霜で覆われていたことから, ϵ_{qe} はNC型の最大値を, v_c はNC型とC型の境界の速度をもちいた。

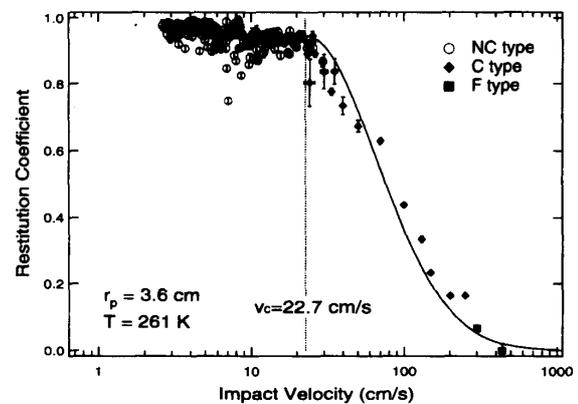


図1 ϵ の速度依存性 (実験条件 $r_p = 3.6$ cm, $T = 261$ K)。

4. 議論

4.1 準弾性領域の反発係数

準弾性領域の反発係数の代表値 ε_{qe} の衝突速度とサイズの依存性を, Dilley の粘弾性散逸モデル [16, 17] をもちいて考察する. Dilley は, 表面が霜に覆われた氷球の衝突を Kelvin-Voigt 物体の振動でモデル化し, 反発係数の衝突速度とサイズの依存性を求めた. 半径 r_p と r_t の二体球衝突の場合, 反発係数は,

$$\varepsilon = \exp\left(-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}\right), \quad (2)$$

ここで,

$$\xi = \xi_0(1+\gamma)^K(1+\gamma)^{0.2}\left(\frac{r_p}{2.5\text{cm}}\right)^{-3K-0.2}v_i^p, \quad (3)$$

と二体球のサイズ比,

$$\gamma = r_p/r_t \leq 1, \quad (4)$$

ξ_0 , p , K は定数で実験データから決める.

今回の ε_{qe} に Dilley のモデルを適用すれば, 霜のない氷球表面の粘弾性的性質が得られる. 今回の実験では, $\gamma = 0$, ε_{qe} は速度によらないので $p=0$ となり, ε_{qe} を式 (2) に代入して各々の半径における ξ を計算する. 計算した ξ のサイズ依存性は,

$$\xi = 0.027\left(\frac{r_p}{2.5\text{cm}}\right)^{-0.5}, \quad (5)$$

で表せた. 定数は, $\xi_0=0.027$, $p=0$, と $K=0.1$ を得た. 図2に Dilley のモデルから推定した ε_{qe} を示す. ε_{qe} は半径の増加とともに完全弾性体に近づき, ε_{qe} のサイズ依存性がなくなることがわかる.

4.2 非弾性領域の反発係数

非弾性領域の反発係数の衝突速度とサイズの依存

性を, 古典的な塑性変形モデル [20-22] をもちいて考察する. このモデルは, 衝突エネルギーの散逸が塑性変形によって生じると考えており, 金属球の反発係数をよく説明する. 反発係数の衝突速度依存性は, 塑性変形のはじまる速度 v_{pd} をもちいて, $v_i < v_{pd}$ の場合は $\varepsilon=1$, $v_i \geq v_{pd}$ の場合は ε がパラメータ v_{pd} を含んだ v_i の減少関数となる. 氷は粘弾性物質であるから, 氷の破壊は塑性変形をとともなう. そこで, v_{pd} の最大値として v_c をもちい, 反発係数の速度依存性を考察した. しかし, このモデルでは衝突速度依存性を説明できなかった. 非弾性領域の反発係数の速度依存性を説明するためには, 破壊の効果を取り入れた新しいモデルの構築が必要である.

また, このモデルでは弾性衝突の理論 (Hertz の理論) [21, 23] をもとに応力分布を計算しているため, 半径 r_p と r_t の二体球衝突の場合, $v_{pd} \propto (1+\gamma)^{1/2}(1+\gamma)^{-3/2}$ の関係がある. 実験条件 $\gamma=0$ では, v_{pd} は一定でとなる. しかし, v_c にはサイズ依存性があるので, v_{pd} の最大値として v_c をもちいることでは v_c のサイズ依存性を説明できない. 以下の議論では氷の衝突破壊に着目し, v_c のサイズ依存性を理論的に考察する.

4.3 v_c のサイズ依存性

4.3.1 氷の衝突破壊強度

v_c のサイズ依存性を考察する前に, 完全弾性体の

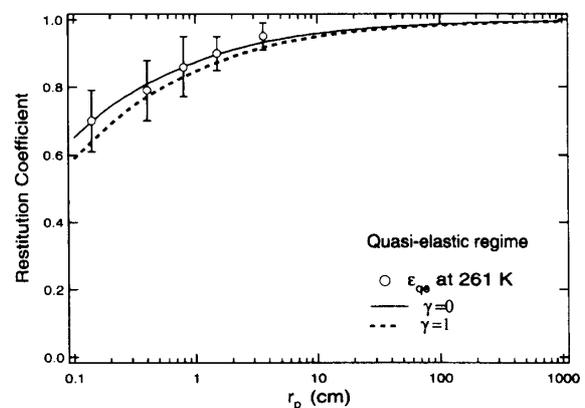


図2 Dilley のモデルより予測される ε_{qe} のサイズ依存性.

二体球が正面衝突したときの变形を考える。図3に半径 r_p と r_t (質量 m_p , m_t)の二体球衝突における, 最大圧縮状態の接触領域の变形を示した。弾性衝突の理論から, 衝突速度 v_i で衝突したときの接触領域の最大接触半径 a^* , 最大圧力 p_0^* , と二体球の接触時間 $2t^*$ が解析的に導かれる。また, 最大せん断応力や最大引張り応力も同様に導かれる[21]。氷球の場合には, 最大せん断応力,

$$\tau_{\max}^* = 0.31p_0^* \quad (6)$$

が, 衝突点直下の深さ $z = \pm 0.48a^*$ で発生する。この地点で最大せん断応力が氷のせん断強度を越えたときにせん断破壊が生じる。一方, 最大引張り応力, $0.13p_0^*$, は, 接触領域の端 $r = a^*$ で発生し, 最大引張り応力が氷の引張り強度を越えたときに引張り破壊が生じる。ここでは, 氷の密度 920kg/m^3 , ポアソン比 0.31 [24]を, ヤング率 E はDantlの式[25, 26]をもちい各温度について計算した値をもちいた。

衝突後の氷球のクラックを観察すると, せん断破壊と引張り破壊はほぼ同時に発生していると思われるの

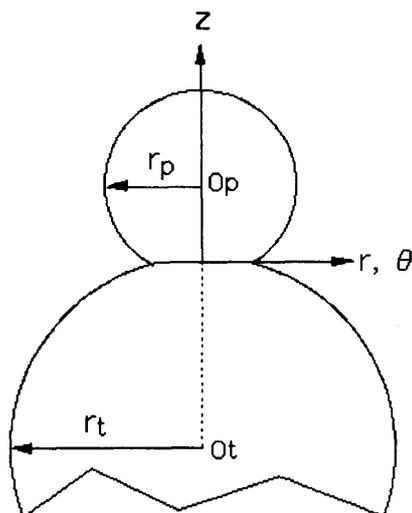


図3 完全弾性体の二体球が正面衝突したときの最大圧縮状態での接触領域の变形。 O_p, O_t を z 軸, 接触面を $r-\theta$ 平面にとる円柱座標をもちいる。

で, ここではせん断破壊を衝突破壊の破壊強度として議論を進める。半径 r_p と r_t の二体球衝突の場合,

$$\tau_{\max}^* \propto (1+\gamma^3)^{-1/5} (1+\gamma)^{3/5} v_i^{2/5}, \quad (7)$$

の関係がある。 $v_i = v_c$ における最大せん断応力が氷の破壊強度 τ_c^* となるので, 今回の実験条件 $\gamma = 0$ のとき, 式(7)から $\tau_c^* \propto v_c^{2/5}$ となり, v_c のサイズ依存性は τ_c^* のサイズ依存性を示している。大きい物体ほど破壊強度が低下するという一般的傾向があるが, これは大きな物体ほどその中に含まれるクラックのサイズが大きくなる確率が高いことによると考えられている。Griffithのモデルからクラックの強度はクラックサイズの平方根に反比例するので[27], 破壊強度のサイズ依存性は物体サイズの平方根に反比例することになる。しかし, 今回のデータは, $\tau_c^* \propto r_p^{-1/5}$ となり, 物体に含まれるクラックのサイズ依存性によって, τ_c^* のサイズ依存性を説明することは難しい。

4.3.2 歪み速度の見積もり

v_c のサイズ依存性を説明するもう一つの可能性として, 破壊強度の歪み速度依存性があげられる。氷の破壊強度は, 歪み速度と温度の依存性があることがよく知られている。例えば, 氷の一軸圧縮試験において, 応力 σ (降伏応力または破壊応力), 歪み速度 $\dot{\epsilon}$, と温度 T の関係は,

$$\dot{\epsilon} = A\sigma^n \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right), \quad (8)$$

の実験式で表せる[28]。 Q は活性化エネルギー, R は気体定数, A と n は定数。以下では, 衝突の弾性論をもとに衝突における歪み速度を定義し, 式(8)のような関係が衝突現象でも成り立つかを議論する。

最大せん断応力の点での z 軸方向の最大歪み ϵ_z は, フック則から得られる。最大歪みに達するまでにかかる時間が t^* であるので, z 軸方向の歪み速度を,

$$\dot{\epsilon}_z^* \approx \frac{\epsilon_z^*}{t^*} = \frac{0.69 p_0^*}{E t^*}, \quad (9)$$

で近似した。\$E\$はヤング率。式(6)と式(9)から破壊強度 \$\tau_s^*\$と歪み速度 \$\dot{\epsilon}_s^*\$を計算した。結果を図4に示した。261Kにおける \$\tau_s^*\$と \$\dot{\epsilon}_s^*\$の関係は、

$$\tau_s^* = A_s \dot{\epsilon}_s^{*1/n_s}, \quad (10)$$

で表せた。ここで、\$A_s=20\$ (MPas\$^{n_s}\$), \$n_s=6.5\$を得た。\$n_s=6.5\$はArakawa and Maenoの氷の一軸圧縮試験における脆性破壊の場合の実験結果 \$n=5.8-7.1\$とよく一致し[28], 氷の一軸圧縮試験における氷の破壊強度と歪み速度の関係式(8)が、衝突の場合でも成り立つことがわかる。

半径 \$r_p\$ と \$r_i\$ の二体球衝突の場合、歪み速度 \$\dot{\epsilon}_s^*\$ には、

$$\dot{\epsilon}_s^* \propto (1+\gamma^3)^{1/5} (1+\gamma)^{2/5} r_p^{-1} v_i^{3/5}, \quad (11)$$

の関係がある。サイズ比 \$\gamma\$ と温度が一定の場合には、\$r_p\$ の増加とともに \$\dot{\epsilon}_s^*\$ が増加することがわかる。一方、最大せん断応力は、\$\gamma\$ と温度が一定の場合には一定となる。歪み速度がサイズによって異なるため、\$v_c\$ のサイズ依存性が生じると考えることができ、\$v_c\$ のサイ

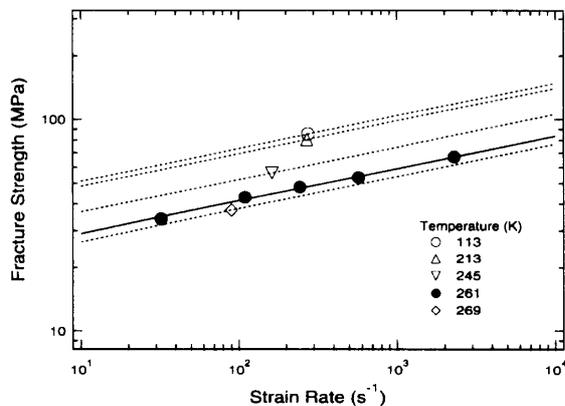


図4 せん断破壊応力の歪み速度と温度の依存性。

ズ依存性は破壊強度の歪み速度依存性として解釈することができる。

4.4 \$v_c\$ の温度依存性

最後に、式(10)に温度依存性を導入する。図4に様々な温度における \$\tau_s^*\$ と \$\dot{\epsilon}_s^*\$ の関係を示した。ここで、\$n_s\$ は温度依存性がなく、式(8)と同様に破壊強度が活性化過程によると仮定する。この時せん断破壊応力、歪み速度、と温度の関係は、

$$\dot{\epsilon}_s^* = A'_s \tau_s^{*n_s} \exp\left(-\frac{Q_s}{RT}\right), \quad (12)$$

で表せる。\$A'_s\$ は定数、\$n_s=6.5\$、\$Q_s\$ はクラック形成の活性化エネルギー。上式(12)を用い実験データを解析した結果、\$Q_s=48.2\$ kJ/mol (\$T \ge 228\$ K) 及び \$Q_s \approx 0\$ kJ/mol (\$T < 228\$ K) を得た。

5. 土星リングへの応用

せん断破壊応力と歪み速度は \$v_c\$、\$r_p\$ と \$r_i\$ の関数であるから、式(12)を \$v_c\$ について解くと、\$v_c\$ のサイズと温度に関するスケーリング則、

$$v_c = \begin{cases} 5.72 \times 10^{-4} \exp\left(\frac{48.2 \times 10^3}{2RT}\right) \\ \times (1+\gamma^3)^{3/4} (1+\gamma)^{-7/4} \left(\frac{r_p}{1.5\text{cm}}\right)^{-1/2} & T \geq 229 \text{ K}, \\ 180 (1+\gamma^3)^{3/4} (1+\gamma)^{-7/4} \left(\frac{r_p}{1.5\text{cm}}\right)^{-1/2} & T < 229 \text{ K}, \end{cases} \quad (13)$$

が得られる。図5に式(13)から得られる \$v_c\$ のサイズと温度の依存性を示した。

土星リング粒子が滑らかな表面の氷粒子ならば、土星リングの温度環境下(100K)における反発係数は、

$$\epsilon = \begin{cases} 1 & v_i < v_c, \\ \left(\frac{v_i}{v_c}\right)^{-\log \frac{v_i}{v_c}} & v_i \geq v_c, \end{cases} \quad (14)$$

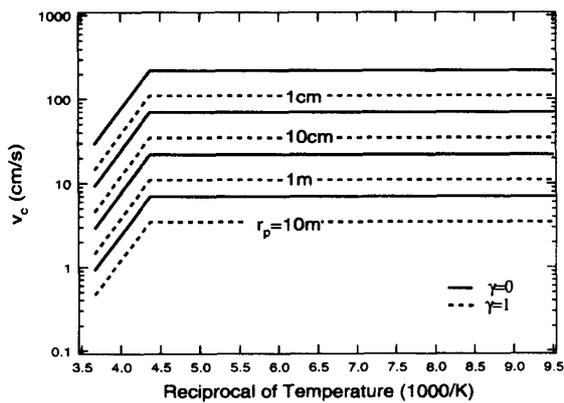


図5 v_c のサイズと温度の依存性.

となる。ここで、リング粒子のサイズが1cm以上であることから $\varepsilon_{gr} \approx 1$ とした。

現在の土星リングが力学的に準平衡状態にあること(巨視的リング構造を維持していること)を理論的に説明するためには、リング粒子の反発係数が衝突速度の減少関数であり、反発係数が非弾性的(例えば、 $\tau \ll 1$ で $\varepsilon \approx 0.6$, $\tau \approx 1$ で $\varepsilon \approx 0.8$, τ はリングの光学的厚さ)でなければならない[6, 9]。しかし、滑らかな表面の氷球の反発係数は、期待される反発係数よりも弾性的($r_p \leq 10\text{m}$, $T \approx 100\text{K}$, $v_i < 1\text{cm/s}$ で $\varepsilon \approx 1$)である。よって、土星リング粒子が H_2O -氷ならば、その表面は滑らかなのではないと結論される。しかし、リング形成初期にリング粒子の表面が滑らかであった場合でも、その反発係数が弾性的であるため、リング粒子の速度分散が増加する。つまり、リング粒子の衝突速度が増加する。その結果、粒子の表面は破壊され、クラックや破片などからなる非弾性的な表層が形成されることになり、反発係数は減少するであろう。これまでに、非弾性層として氷球の表面に霜がある場合の反発係数がいくつか測定されている[10-18]。しかし、霜に覆われた氷球の反発係数の速度依存性はまだ十分に理解されていない。例えば、反発係数が霜の厚さや表面状態によって速度依存性が変化すること[12]、反発係数が衝突速度の増加とともに増加する速度範囲が存在すること[18]、が報告されている。リング粒子

の表層の進化は反発係数の様々な依存性を変えると予想され、軌道進化やリングの構造形成を考える上で重要である。今後は、非弾性層の力学物性を明らかにした上で、非弾性層を持つ氷球の反発係数を理解する必要がある。

謝辞

大槻圭史氏には本研究を通して有益な意見とリングの理論に関する助言を頂きました。ここに記して深く感謝いたします。

参考文献

- [1] Zebker, H. A., E. A. Marouf and G. L. Tyler 1985. Saturn's rings: Particle size distributions for thin later models. *Icarus* 64, 531-548.
- [2] Marouf, E. A., G. L. Tyler, H. A. Zebker, R. A. Simpson and V. R. Eshleman 1983. Particle size distributions in Saturn's rings from Voyager I radio occultation. *Icarus* 54, 189-211.
- [3] Cuzzi, J. N., J. J. Lissauer, L. W. Esposito, J. B. Holberg, E. A. Marouf, G. L. Tyler and A. Boischoit., 1984. Saturn's rings: properties and processes. In *Planetary Rings*, (R. Greenberg and A. Brahic, Eds.), 73-199. Univ. of Arizona Press, Tucson, Arizona.
- [4] Esposito, L. W., Cuzzi, J. N., Holberg, J. B. Marouf, E. A., Tyler, G. L. and Porco, C. C. 1984. Saturn's rings: Structure, dynamics, and particle properties. In *Saturn*, (Gehrels. T and Matthews. M. S., Eds.), 463-545. Univ. of Arizona Press, Tucson, Arizona.
- [5] Brachic, A. 1977. Systems of colliding bodies in a gravitational field: Numerical simulation of

- the standard model. *Astron. Astrophys.*, 54, 895-907.
- [6] Goldreich, P. and S. Tremaine 1978. The velocity dispersion in Saturn's rings. *Icarus* 34, 227-239.
- [7] Ohtsuki, K. 1992. Equilibrium velocities in planetary rings with low optical depth. *Icarus* 95, 265-282.
- [8] Salo, H. 1995. Simulations of dense planetary rings. III. Self-gravitating identical particles. *Icarus*, 117, 287-312.
- [9] Ohtsuki, K. 1999. Evolution of particle velocity dispersion in a circumplanetary disk due to inelastic collisions and gravitational interactions. *Icarus*, 137, 152-177.
- [10] Bridges, F. G, A. P. Hatzes, and D. N. C. Lin. 1984. Structure, stability and evolution of Saturn's rings. *Nature* 309, 333-335.
- [11] Bridges, F. G., K. D. Supulver, D. N. C. Lin, R. Knight and M. Zafra. 1996. Energy loss and sticking mechanisms in particle aggregation in planetesimal formation. *Icarus* 123, 422-435.
- [12] Hatzes, A. P., F. G. Bridges and D. N. C. Lin 1988. Collisional properties of ice spheres at low impact velocities. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 231, 1091-1115.
- [13] Hatzes, A. P., F. G. Bridges, D. N. C. Lin and S. Sachtjen 1991. Coagulation of particles in Saturn's rings: Measurements of the cohesive force of water frost. *Icarus* 89, 113-121.
- [14] Supulver, K. D., F. G. Bridges and D. N. C. Lin 1995. The coefficient of restitution of ice particles in glancing collisions: Experimental results for unfrosted surfaces. *Icarus* 113, 188-199.
- [15] Supulver, K. D., F. G. Bridges, S. Tiscareno, J. Lievore and D. N. C. Lin. 1997. The sticking properties of water frost produced under various ambient conditions. *Icarus* 129, 539-554.
- [16] Dilley, J. P. 1993. Energy loss in collisions of icy spheres: Loss mechanism and size-mass dependence. *Icarus* 105, 225-234.
- [17] Dilley, J. P. and D. Crawford. 1996. Mass dependence of energy loss in collisions of ice sphere : An experimental study. *J. Geophys. Res.*, 90, 9267-9270.
- [18] Higa, M., M. Arakawa and N. Maeno 1996. Measurements of restitution coefficients of ice at low temperatures. *Planet. Space Sci.*, Vol.44, No.9, 917-925.
- [19] Higa, M., M. Arakawa and N. Maeno 1998. Size dependence of restitution coefficients of ice in relation to collision strength, *Icarus* 133, 310-320.
- [20] Andrews, J. P. 1930. Theory of collision of spheres of soft metal. *Phil. Mag.* 9, 593-610.
- [21] Johnson, K. L. 1985. *Contact Mechanics*. Cambridge U. Press., Cambridge.
- [22] Borderies, N., P. Goldreich, and S. Tremaine. 1984. Unsolved problem in planetary rings. In *Planetary Rings*, (R. Greenberg and A. Brahic, Eds.), pp. 713-734. Univ. of Arizona Press, Tucson, Arizona.
- [23] ランダウ, リフシッツ 1989. 弾性理論, 東京図書
- [24] Gold, L. W. 1958. Some observations on the dependence of strain on stress in ice. *Can. J. Phys.*, 36, 1265-1275.
- [25] Dantl, G. 1968. Die elastischen Moduln von Eis-Einkristallen. *Phys. condens. Mater.* 7,

390-397.

[26] Hobbs, P. V. 1974. *Ice Physics*. Clarendon Press, Oxford.

[27] 小林英男 1993. 破壊力学, 共立出版.

[28] Arakawa, M. and N. Maeno. 1997. Mechanical strength of polycrystalline ice under uniaxial compression. *Cold Regions Science and Technology*, 26, 215-229.