

実験室スケールの現象をどのようにして
天体に応用するか？その合理性と限界は？

**THE SCALING OF IMPACT PROCESSES
IN PLANETARY SCIENCES**

K. A. Holsapple, 1993

神戸大学

M1 原田竣也

クレーター形成実験の問題点

◆ 衝突クレーターは天体表面で普遍的で主要な地質プロセス

◆ どのような衝突体サイズ, 衝突速度, 標的強度によって形成されたかを知るには?

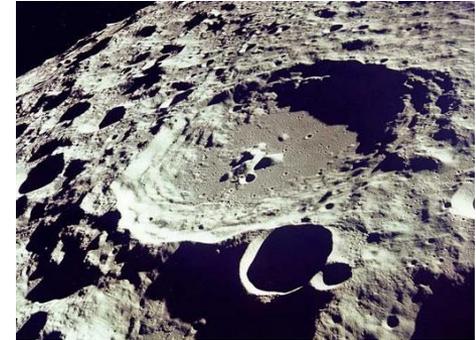
➤ 実験的手法

- 物質の密度やサイズ, 強度を操作できる
- その場で直接観察ができる

しかし...

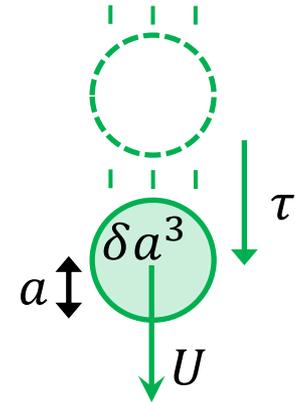
- 衝突速度・サイズや重力などの実際との乖離
- 衝突メルトや蒸気の発生を考慮できない速度域

◆ どうすれば天体スケールへ応用出来るのか?



衝突体サイズで衝突を考える

- ◆ 物理量のスケールを考えてみる
 - ◆ 衝突体(半径 a , 速度 U , 密度 δ)によるクレーター形成はサイズスケール a , 速度スケール U , 時間スケール τ , 質量スケール δa^3 による
 - これらスケールを無次元化すれば絶対値に縛られない
- しかし...
- ◆ 本来これらは衝突体サイズ程度の空間スケールのみ当てはまる
 - 衝突体サイズよりも大きく成長したクレーター(a の数倍以上)や衝突後の時間スケール(τ の数倍以上)では?
 - 最終クレーター体積に物理量はどう影響するか?
 - ◆ 衝突体サイズとクレーターサイズを結びつける理論が必要



衝突を点源に近似する

「衝突点」から「クレーター全体」への橋渡し：点源近似

◆ 衝突過程を点源問題として考える

- 衝突点に衝突の総エネルギー・運動量が存在し、それが外側へ時間とともに伝播すると考える



衝突点遠方への力の伝播がわかる

◆ 衝突体と標的に関するに関するパラメーターについて、圧力強度比や密度比をとることで無次元化



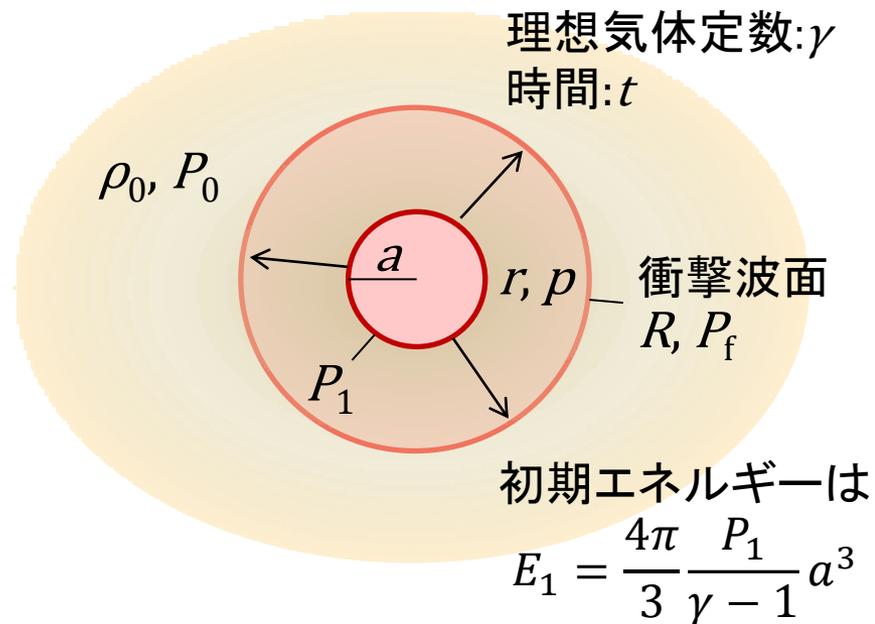
◆ 関係式がべき乗則で表せる

- どんなべき・べき乗則に従うか

→ スケージング則の決定

近似の方法 - 衝撃波の点源近似前

- ◆ 密度 ρ_0 の無限範囲に広がる理想気体
- ◆ 初期圧力 P_1 を持つ半径 a の球, それ以外の圧力は P_0
- ◆ 衝撃波背後圧力 p , 衝撃波位置 R , 衝撃波圧力 P_f は次のような物理量の組み合わせで決まる



$$p = p(r, t, a, P_1, P_0, \rho_0, \gamma)$$

$$R = R(t, a, P_1, P_0, \rho_0, \gamma)$$

$$P_f = F(t, a, P_1, P_0, \rho_0, \gamma)$$

無次元化

$$\frac{p}{P_1} = f\left(\frac{r}{a}, \frac{t}{t_1}, \frac{P_0}{P_1}\right)$$

$$\frac{R}{a} = f\left(\frac{t}{t_1}, \frac{P_0}{P_1}\right)$$

$$\frac{P_f}{P_1} = f\left(\frac{t}{t_1}, \frac{P_0}{P_1}\right)$$

時間スケール t_1

$$t_1 = a \sqrt{\frac{\rho_0}{P_1}}$$

(音速の伝わる時間)

近似の方法 - 衝撃波の点源近似

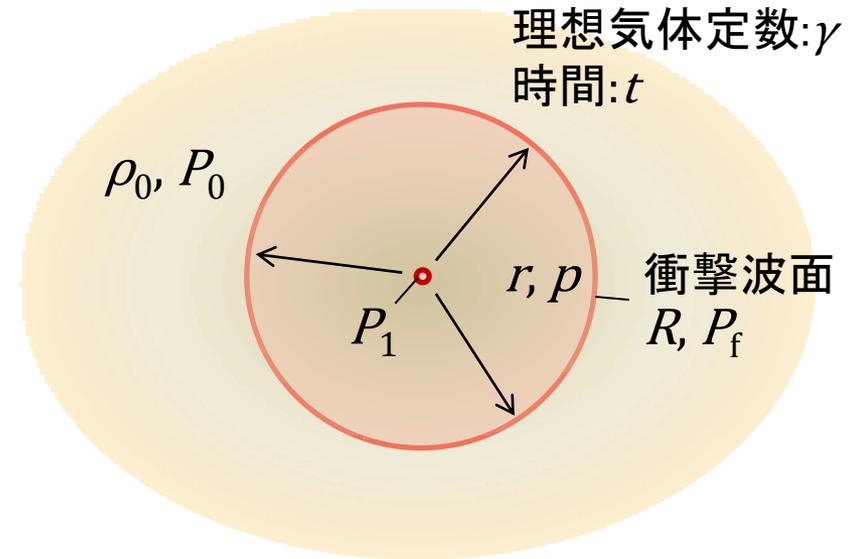
$$\frac{p}{P_1} = f\left(\frac{r}{a}, \frac{t}{t_1}, \frac{P_0}{P_1}\right)$$

$$\frac{R}{a} = f\left(\frac{t}{t_1}, \frac{P_0}{P_1}\right)$$

$$\frac{P_f}{P_1} = f\left(\frac{t}{t_1}, \frac{P_0}{P_1}\right)$$

時間スケール t_1

$$t_1 = a \sqrt{\frac{\rho_0}{P_1}}$$



◆ $P_1 \gg P_0 \rightarrow P_0/P_1$ は無視

◆ r, t は衝突体サイズスケールに比べ大きい

➤ $r/a, t/t_1 \gg 1$

◆ 点源へ近似: $a, t_1 \rightarrow 0$ すなわち $P_1 \rightarrow \infty$

➤ このような極限は？

◆ 点源に残っている P_1 と a の組み合わせで以下のように極限をとる

$$\lim_{a \rightarrow 0} (P_1 a^\beta) \rightarrow \text{一定} \quad \beta \text{は正の値}$$

近似の方法 - 衝撃波スケーリング則の導出

◆ “ $\lim_{a \rightarrow 0} (P_1 a^\beta) \rightarrow \text{一定}$ ”より, 次元解析して各式は

$$\frac{p}{P_1} = f\left(\frac{r}{a}, \frac{t}{t_1}, \frac{P_0}{P_1}\right) \rightarrow \frac{p}{P_1} \left(\frac{r}{a}\right)^\beta = f\left[\frac{t}{t_1} \left(\frac{r}{a}\right)^{-\frac{\beta+2}{2}}\right]$$

$$\frac{R}{a} = f\left(\frac{t}{t_1}, \frac{P_0}{P_1}\right) \rightarrow \frac{R}{a} \left(\frac{t}{t_1}\right)^{-\frac{2}{2+\beta}} = \text{一定}$$

$$\frac{P_f}{P_1} = f\left(\frac{t}{t_1}, \frac{P_0}{P_1}\right) \rightarrow \frac{P_f}{P_1} \left(\frac{t}{t_1}\right)^{\frac{2\beta}{2+\beta}} = \text{一定}$$

➤ 点源の極限が存在する = P_1 など 物理量の値が決定される

➤ 点源近似した場合のスケーリング則の導出

◆ 指数を求める (ここでは β)

➤ スケーリング則のべきの決定

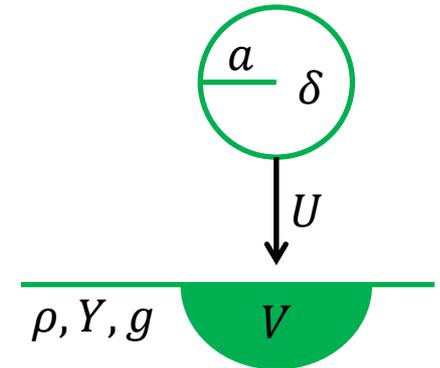
➤ この結果は球状爆風の観測結果と合う形となった

◆ 求めたい項目ごとに点源近似しスケーリング則を求める

クレーター体積のスケーリング

- ◆ 衝突体が標的(表面重力 g , 強度 Y , 密度 ρ)に衝突するときのクレーター体積 V

$$V = f[\{a, U, \delta\}, \{\rho, Y\}, g]$$



- ◆ これを無次元化して

標的強度と初期動圧の比

$$\frac{\rho V}{m} = \bar{f} \left[\frac{ga}{U^2}, \frac{Y}{\rho U^2}, \frac{\rho}{\delta} \right], \quad m = \frac{4\pi}{3} \delta a^3$$

クレーター質量/衝突体質量
クレーター効率

$$= \pi_V$$

静水圧と
初期動圧の比

質量密度比

- ◆ 強度支配域なら($\rho g a \ll Y$) 重力支配域なら($\rho g a \gg Y$)

$$\frac{\rho V}{m} = \bar{f} \left[\frac{Y}{\rho U^2} \right]$$

$$\frac{\rho V}{m} = \bar{f} \left[\frac{ga}{U^2} \right]$$

点源近似した体積スケーリングの導出

- ◆ 衝突体に関するある基準 $C = aU^\mu \delta^\nu$ を仮定する (Holsapple 1981)
 μ と ν は未知数だが実験的に求められる値

- ◆ 体積スケーリングは, $V = f[aU^\mu \delta^\nu, \rho, Y, g]$ より次元解析して

$$\text{強度支配域: } \frac{\rho V}{m} \left(\frac{Y}{\rho U^2} \right)^{\frac{3\mu}{2}} \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{3\nu-1} = F \left[\frac{ga}{U^2} \left(\frac{\rho U^2}{Y} \right)^{\frac{2+\mu}{2}} \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{-\nu} \right]$$

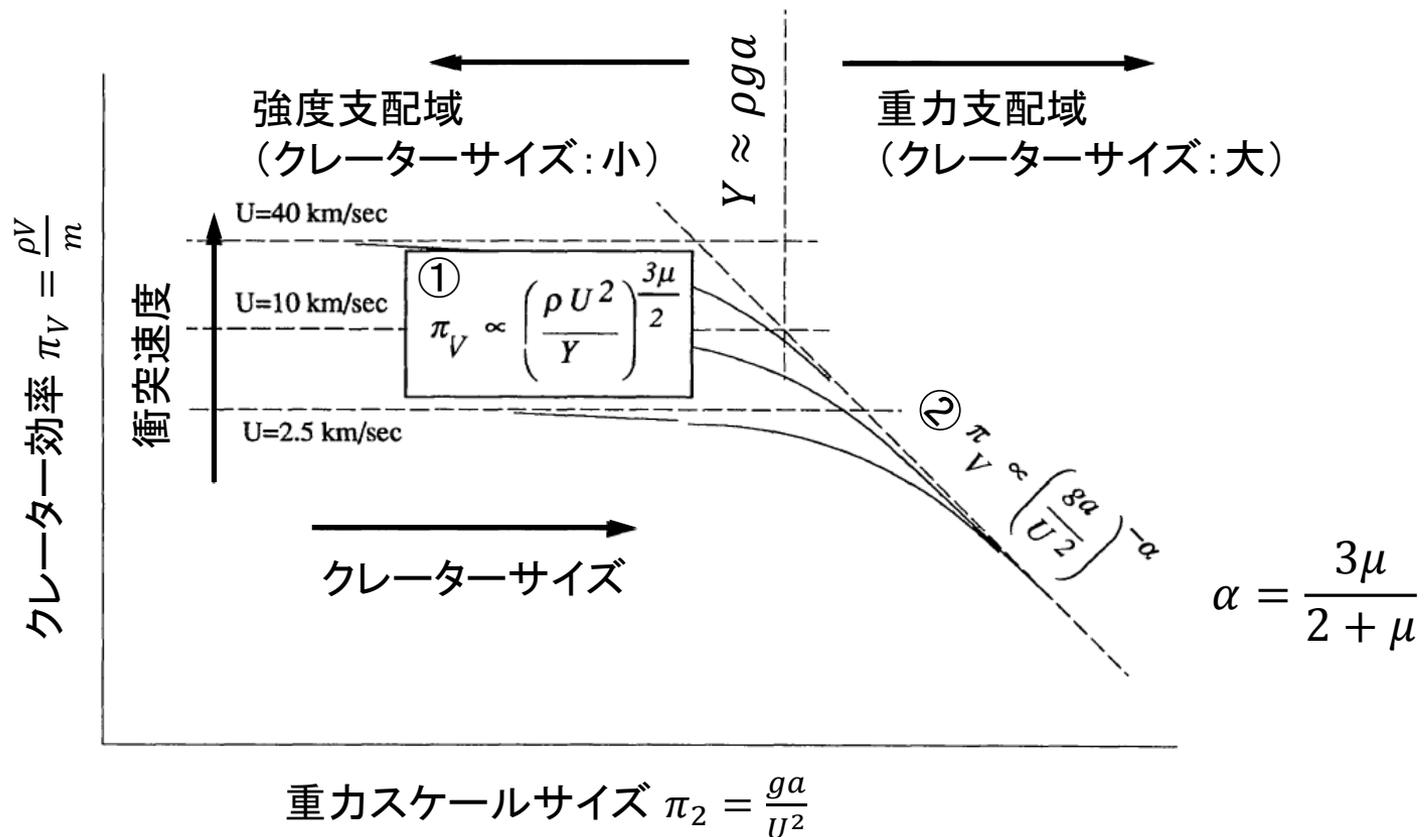
$$\text{重力支配域: } \frac{\rho V}{m} \left[\frac{ga}{U^2} \right]^{\frac{3\mu}{2+\mu}} \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{\frac{6\nu-2-\mu}{2+\mu}} = G \left\{ \frac{Y}{\rho U^2} \left[\frac{ga}{U^2} \right]^{-\frac{2}{2+\mu}} \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{\frac{2\nu}{2+\mu}} \right\}$$

- ◆ 強度支配域では重力項を, 重力支配域では強度項を無視
(右辺 $\rightarrow F(0), G(0)$ より定数)

$$V \propto \frac{m}{\rho} \left(\frac{\rho U^2}{Y} \right)^{\frac{3\mu}{2}} \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{1-3\nu} \dots \textcircled{1}, \quad V \propto \frac{m}{\rho} \left[\frac{ga}{U^2} \right]^{-\frac{3\mu}{2+\mu}} \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{\frac{2+\mu-6\nu}{2+\mu}} \dots \textcircled{2}$$

- ◆ 両支配域の体積スケーリングが求められた

π_V スケーリング



◆ 式①, ②で $\rho \sim \delta$ とおくと, 同ターゲットに対して

- 強度支配域: クレーター効率 π_V は衝突速度のみに依存
- 重力支配域: クレーター効率 π_V は衝突体サイズのみに依存

移行を含む π_V スケーリングの導入

- ◆ 目的: 強度支配域・重力支配域の中間領域も取り扱う
- ◆ 強度－重力支配域の移行を含む経験式

$$\pi_V = K_1 \left\{ \pi_2 \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{\frac{6\nu-2-\mu}{3\mu}} + \left[K_2 \pi_3 \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{\frac{6\nu-2}{3\mu}} \right]^{\frac{2+\mu}{2}} \right\}^{-\frac{3\mu}{2+\mu}}$$

$\pi_2 = \frac{ga}{U^2}$, $\pi_3 = \frac{Y}{\rho U^2}$, K_1, K_2 は重力, 強度に関する定数

- ◆ $K_2 \pi_3 \rightarrow \bar{\pi}_3$ として整理すると

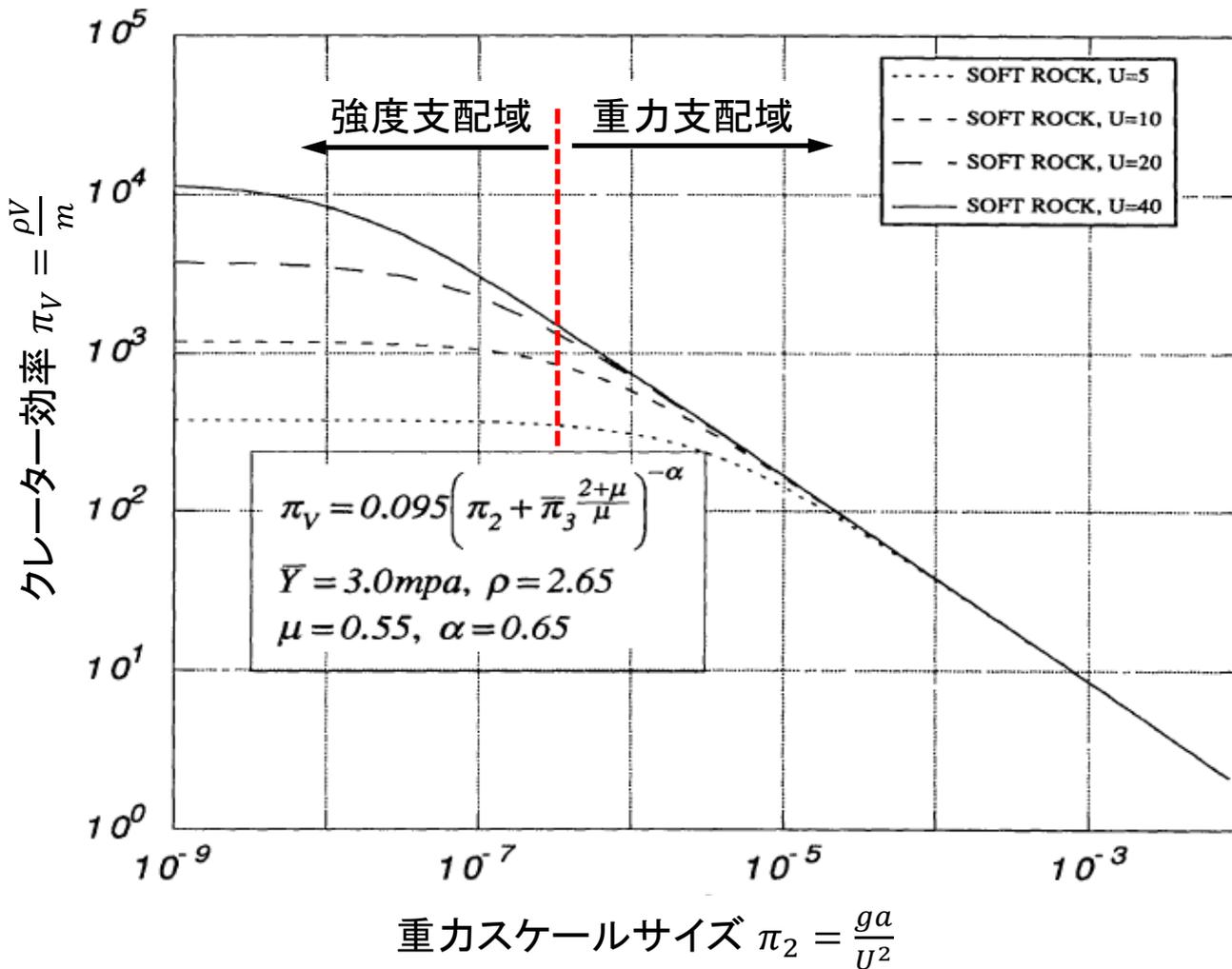
$$\pi_V = K_1 \left[\pi_2 \left(\frac{\rho}{\delta} \right)^{\frac{1}{3}} + \bar{\pi}_3^{\frac{2+\mu}{2}} \right]^{-\alpha}, \quad \alpha = \frac{3\mu}{2+\mu}$$

- ◆ 強度－重力支配域の移行は $Y = \rho ga$ のとき

➤ 括弧内の二項が等しい時

➤ すなわち, $\pi_2 = \left(\frac{\bar{Y}}{\rho U^2} \right)^{\frac{2+\mu}{2}}$ の時に強度－重力支配域の移行

π_V スケーリング結果の例



- 比較的柔らかい岩石への衝突実験結果
- 地球重力において 10 km/s で衝突
 - 衝突体半径が 10 km 以上で重力支配域
 - クレーター体積 $4 \times 10^6 \text{ m}^3$
- ◆ 移行領域を求めることができる

クレーターのサイズー単純クレーターの半径

◆ 天体の小さなおわん型クレーター

➤ 実験では R_e , 観測では R_r をよく利用

◆ 一般的な半径に関するスケーリング

$$\pi_R = \left(\frac{\delta}{m}\right)^{\frac{1}{3}} R = K_1 \left[\pi_2 \left(\frac{\rho}{\delta}\right)^{\frac{1}{3}} + \bar{\pi}_3 \frac{2+\mu}{2} \right]^{-\frac{\alpha}{3}}$$

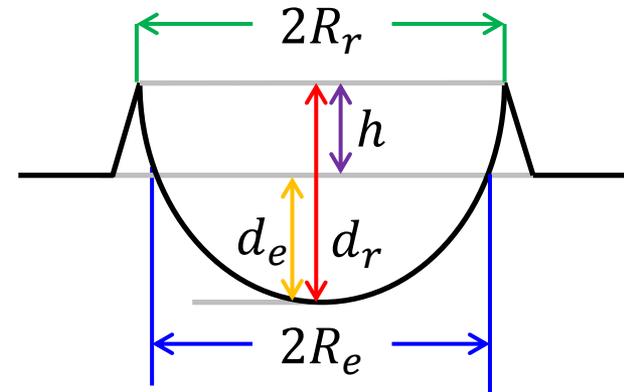
◆ 重力支配域では $\pi_R = K_1(\pi_2)^{-\frac{\alpha}{3}}$

◆ 乾いた土壌への実験(Schmidt & Housen 1987)から R_e は

$$R_e = 7.8G^{-0.17} a^{0.83} U^{0.34}$$

◆ R_r は実験(Schmidt & Housen 1983)からこの係数の1.3倍となり

$$R_r = 10.14G^{-0.17} a^{0.83} U^{0.34}$$



(G は重力に関する項)

サイズスケーリングの適用

- ◆ 堆積土壌への実験 (Schmidt et al. 1986) より,

$$\frac{R_e}{d_e} = 2, \quad \frac{h}{R_e} \cong 0.07$$

- ◆ 月の観測結果 (Pike 1977) より,

$$\frac{R_r}{d_r} = 2.55, \quad \frac{h}{R_r} = 0.072$$

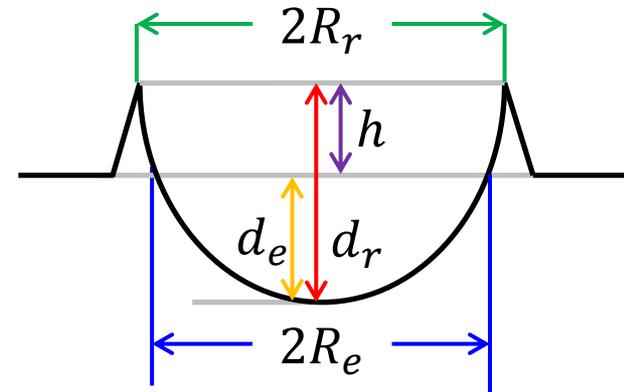
- ◆ $R_e = 7.8G^{-0.17}a^{0.83}U^{0.34}$ を月の値でそれぞれで割って

$$d_r = 4.0G^{-0.17}a^{0.83}U^{0.34}$$

$$h = 0.71G^{-0.17}a^{0.83}U^{0.34}$$

- ◆ 月のクレーターの深さ・リム高さが求められる

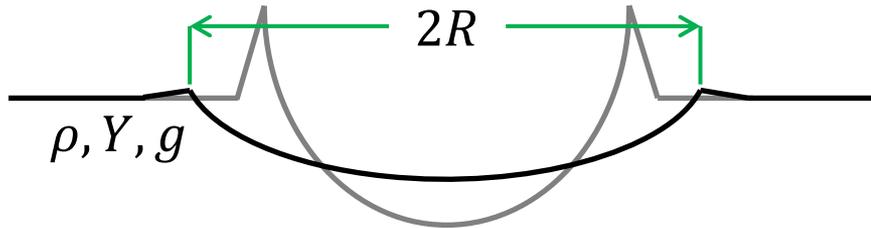
➤ 半径に関するスケーリング π_R も当てはめられる



クレーターのサイズー複雑クレーターの半径

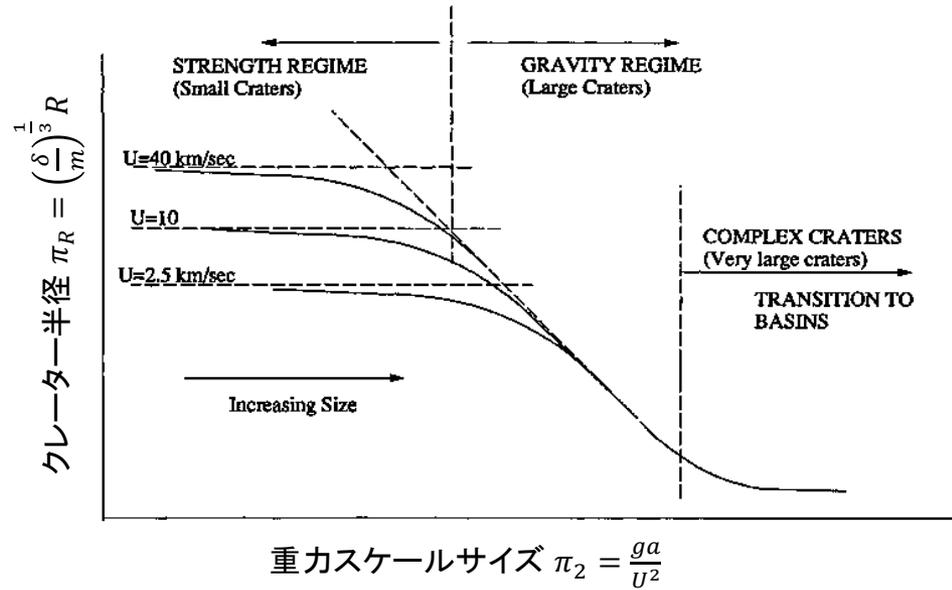
◆ 浅く直径が大きなクレーター

➤ 単純クレーターからの移行



クレーター緩和とともに $R_r \rightarrow R_t \rightarrow R$

R_t : 移行半径



◆ 最終リム半径は $R = f(R_t, \rho, Y, g)$ より, 無次元化して

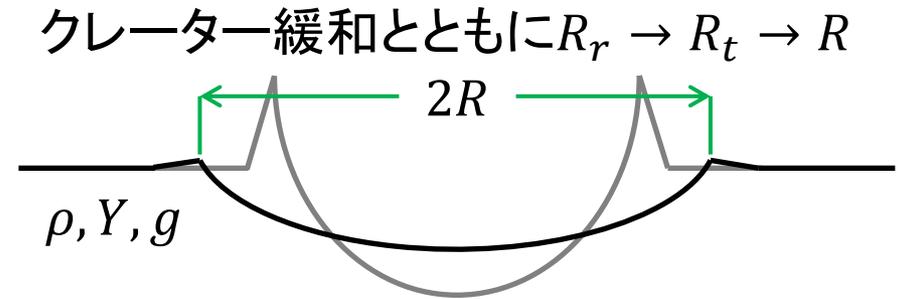
$$\frac{R}{R_t} = f\left(\frac{\rho g R_t}{Y}\right)$$

◆ ある移行半径を R_* で書き換えて, $R_* \propto \frac{Y}{\rho g}$ より

$$\frac{R}{R_t} = \left(\frac{R}{R_*}\right)^\beta \quad \leftarrow \underline{R \text{ に関する}} \underline{\text{スケーリング}}$$

複雑クレーターのスケージング - 指数の推定

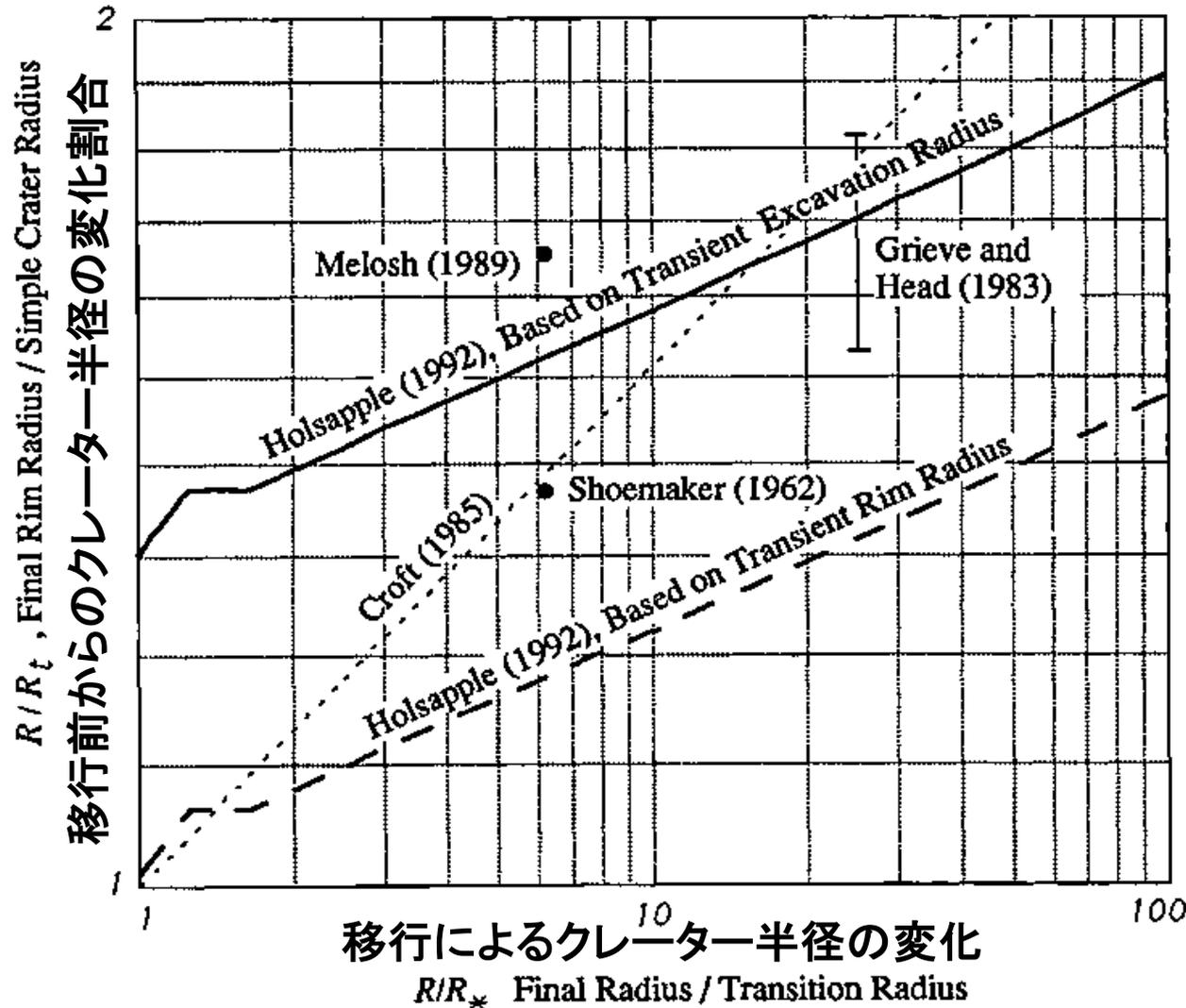
$$\frac{R}{R_t} = \left(\frac{R}{R_*} \right)^\beta$$



- ◆ クレーター体積はスランピングを経ても一定
 - 月のクレーター観測 (Croft 1985): $\beta = 0.15$
- ◆ 体積一定 + エジェクタブランケットの厚さはエネルギースケージングに従う (Melosh 1989)
- ◆ Holsapple: 体積一定 + 実際の観測値から, 体積は R の関数として決定できる $\rightarrow \underline{\beta = 0.079}$

$$\frac{R}{R_r} = 1.02 \left(\frac{R}{R_*} \right)^{0.079}, \quad \frac{R}{R_e} = 1.32 \left(\frac{R}{R_*} \right)^{0.079}$$

月の複雑クレーターのサイズ



- Croft (1985): $\beta = 0.15$
- Shoemaker (1962)
Copernicusの R_r
- Melosh (1989)
Copernicusのモデル
計算, $R_r = R_e$
- Grieve and Head (1983)
Manicouaganの R_e

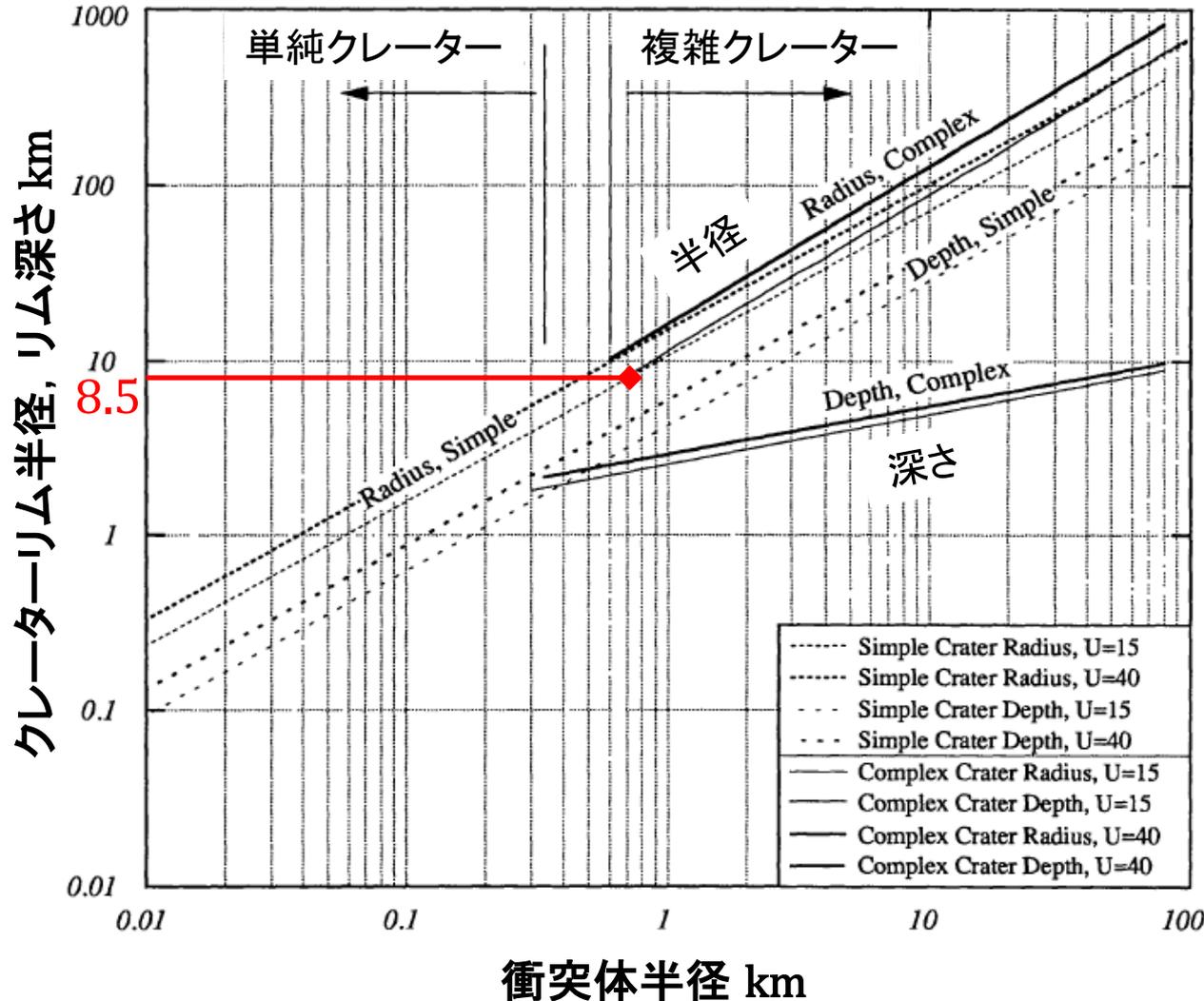
• Holsapple

$$\frac{R}{R_r} = 1.02 \left(\frac{R}{R_*} \right)^{0.079}$$

$$\frac{R}{R_e} = 1.32 \left(\frac{R}{R_*} \right)^{0.079}$$

◆ R_r と R_e を区別できる

月面クレーターサイズ



- スケーリング則から月の単純-複雑の移行半径は8.5 km

➤ 観測値(Pike 1977)と等しい

- 深さについて

$$\frac{d}{R_*} = 0.313 \left(\frac{R}{R_*} \right)^{0.301}$$

➤ 観測値(Pike 1977)と同等

➤ 月面クレーターにスケーリング則が適用できる

スケーリング則と月面クレーター

◆ 半径25 kmの衝突体が, 25 km/sで月に衝突するとき

- まず深さ72 km, 半径141 kmの穴を開ける

$$(d_r = 4.0G^{-0.17}a^{0.83}U^{0.34}, R_e = 7.8G^{-0.17}a^{0.83}U^{0.34})$$

- 移行前のリム半径は150 km

$$(R_r = 10.14G^{-0.17}a^{0.83}U^{0.34})$$

- 重力による緩和で, 深さは7.3 km, 半径244 kmとなる

$$\left(\frac{d}{R_*} = 0.313 \left(\frac{R}{R_*}\right)^{0.301}, \frac{R}{R_e} = 1.32 \left(\frac{R}{R_*}\right)^{0.079}\right)$$

◆ 最初の深さはとても深いように見えるが, この結果はモデル計算(Robby et al. 1987)に似たような値である

◆ サイズスケーリングから, 月面の複雑クレーターの形状を予測

まとめ

- ◆ 衝突直下の点源に衝突の総エネルギー・運動量が存在すると近似し、スケーリング則を求めた
 - 衝突に関するパラメーターを無次元化し、どのようなべき乗則に従うかを求めた
- ◆ クレーター効率 π_V は、強度－重力支配域の移行を含めた関数を求められた
(実験結果より)
- ◆ 月のクレーターの半径や深さは、その観測と実験結果からスケーリング則が求められ、月の実際と比較できた

実験室スケールの現象をどのようにして天体に応用するか？

→ 点源近似を仮定したスケーリング則を適用しパラメーターを調べることで、実験室のデータを応用する

その合理性と限界は？

→ 導いたスケーリング則は実際の観測とも合う

一方、衝突メルト・蒸気などの現象も考慮する必要がある